

HACIA UNA NUEVA METODOLOGÍA DE ESTRATIFICACIÓN SOCIOECONÓMICA URBANA



ALCALDÍA MAYOR
DE BOGOTÁ D.C.

SECRETARÍA DE
PLANEACIÓN

BOGOTÁ

Alcaldesa Mayor de Bogotá

Claudia Nayibe López Hernández

Secretaria Distrital de Planeación

Adriana Córdoba Alvarado

María Mercedes Jaramillo Garcés

Subsecretario de Información y Estudios Estratégicos

Antonio José Avendaño Arosemena

Director de Estratificación

Ariel Eliécer Carrero Montañez

Investigadores:

Jorge Iván González Borrero

Luis Alberto López Pérez

María Fernanda Zárate Jiménez

Javier Acosta Núñez

Diana Marlene Barrios Campos

Mario Humberto Ruiz Sarmiento

Darwin Cortés Cortés

Andrés Gallegos

Equipo de la Dirección de Estratificación

Andrés Felipe Palacios Clavijo

Sonia Marcela Salazar Ibáñez

Julieta Rodríguez González

Edward Martín Salamanca Morales

Wilson Mauricio Osorio Fonseca

Hacia una nueva metodología de estratificación socioeconómica urbana

SDP

1. Introducción	3
2. Marco conceptual	6
2.1. La tensión entre la caracterización de la vivienda y del hogar	6
2.2. Las estructuras de consumo	12
2.3. Curvas de Engel y funciones de demanda	17
2.4. Sistema lineal de gasto extendido (ELES)	19
3. Hacia una nueva metodología de estratificación	22
3.1. Modelos lineales generalizados	23
3.2. El VUI, la vivienda y la capacidad de pago del hogar	24
3.3. El VUI como insumo para la nueva metodología de estratificación	26
3.4. Comparación de la metodología propuesta con la actual	31
4. El criterio de referencia para evaluar la estratificación	33
4.1. El Sisbén IV, la <i>línea de pobreza</i> (LP) y la <i>pobreza multidimensional</i> (PM)	33
4.2. El <i>índice de capacidad de pago</i> (CP) y el <i>índice de bienestar social</i> (IBS)	35
4.3. Las clases sociales	36
4.4. El <i>indicador multidimensional de focalización</i> (IMF)	37
4.5. La comparación de la estratificación con las medidas de bienestar	39
5. Aspectos jurídicos	42
6. Anexos	44
6.1. Anexo 1. Variables potenciales para la estimación del VUI	44
6.2. Anexo 2. Características del <i>Cecph</i>	47
6.3. Anexo 3. Clasificación del gasto de los hogares	50
6.4. Anexo 4. Resultados de la estimación ELES	50
6.5. Anexo 5. Teoría de los modelos lineales generalizados	57
6.6. Anexo 6. Descripción de las variables del modelo de estimación del VUI	69
6.7. Anexo 7. Cálculos de distancias	72
6.8. Anexo 8. Integración de bases	73
7. Referencias bibliográficas	76

1. INTRODUCCIÓN

Los límites de la actual estratificación se han hecho cada vez más evidentes por dos razones. Por un lado, su actualización tiene problemas intrínsecos, y los hogares no aceptan que les suban el estrato, aunque las condiciones del hábitat y de la vivienda se hayan modificado de manera significativa. Y, por el otro, la urgencia de contar con mejores instrumentos de focalización ha llevado a que se le pida a la estratificación, con razón, una mayor cercanía a las condiciones socioeconómicas de los hogares. Esta exigencia se puede cumplir hoy con más éxito que antes, dado el avance que se ha logrado en el manejo de los registros administrativos. Los indicadores relacionados con el bienestar han mejorado de manera sustantiva, y se puede determinar con mayor precisión la clasificación de los hogares en función de alguna de las variables socioeconómicas.

La nueva estratificación que se propone en estas páginas sigue basada en la vivienda, pero permite ir acercándose al conocimiento de las características del hogar. La variable central es el *valor unitario integral* (VUI) que permite pasar de la manzana al predio. Y, además, se cualifica y complementa con información socioeconómica. Este procedimiento metodológico contribuye a la reducción progresiva de los errores de inclusión y exclusión. Se da un paso significativo al avanzar de la manzana hacia el predio. En la estratificación el punto de referencia sigue siendo la vivienda, pero la información a nivel de predio crea un puente que facilita la aproximación a las condiciones de vida del hogar.

La estratificación para la asignación de subsidios y el pago de contribuciones tuvo un desarrollo normativo significativo con la ley 142 de 1994. Allí se afirma que se deben clasificar los inmuebles residenciales "... a los que se proporcione servicios públicos domiciliarios, en máximo seis estratos: 1) bajo-bajo, 2) bajo, 3) medio-bajo, 4) medio, 5) medio alto, y 6) alto". Las entidades encargadas de la parte normativa y de la implementación de la metodología de estratificación son el Departamento Nacional de Planeación (DNP) y el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (Dane).

Desde la perspectiva del Distrito, la Secretaría Distrital de Planeación (SDP) ha venido trabajando en la asignación de estratos a los diferentes inmuebles residenciales. Los procedimientos estadísticos se han articulado con análisis económicos que permiten identificar las variables más apropiadas para lograr un doble objetivo: determinar las características físicas de las viviendas, y aproximarse a las condiciones socioeconómicas del hogar.

Los procedimientos metodológicos han estado guiados por dos principios. Primero, la unidad de análisis para determinar el estrato es la vivienda. Y, segundo, la información disponible sobre las características de la vivienda se puede organizar de tal manera que permita ir avanzando de manera progresiva hacia la captura de las condiciones socioeconómicas de los hogares. El cambio sustantivo radica en la posibilidad de caracterizar la vivienda de manera específica, independientemente de la manzana. Es evidente que al interior de una misma manzana las viviendas son muy diferentes. El salto de la manzana al predio es un paso sustantivo que permite acerca de una mejor manera el estrato de la vivienda a las variables constitutivas del bienestar de los hogares.

Reiterando, por más de 30 años, la metodología de estratificación se había preocupado por identificar zonas amplias, clasificadas de acuerdo con las características del lado de la manzana. Esta aproximación no permite conocer las características de cada predio, ni las particularidades económicas del hogar.

En la literatura colombiana sobre estratificación se observa una tensión entre, por un lado, los estudios que hacen énfasis en las características de la vivienda y su entorno y, por el otro, los que ponen en primer lugar las condiciones de vida de los hogares. Esta tensión se puede resolver con instrumentos adecuados que aprovechen la complementariedad de ambos enfoques.

La SDP ha venido avanzando en propuestas metodológicas que lleven a asignarle un estrato al predio, involucrando algunas variables relacionadas con las condiciones socioeconómicas del hogar. De esta manera la asignación de subsidios y el pago de contribuciones se puede realizar de una forma más equitativa. Este tipo de procedimiento reduce los errores de inclusión y exclusión.

El texto comienza con una reflexión conceptual, que pone en primer lugar la tensión entre las aproximaciones del lado del hogar y de la vivienda. A continuación, se hace un examen de los cambios que ha tenido la estructura de consumo de los hogares, destacando el aumento considerable del gasto en vivienda. Las curvas de Engel permiten entrar en los detalles del comportamiento de cada uno de los bienes. Y el capítulo termina con la presentación de los resultados de la estimación del *sistema lineal de gasto extendido* (ELES).

El siguiente capítulo explica las características de la nueva estratificación, precisando la forma de calcular el *valor unitario integral* (VUI), y se comparan los resultados con la metodología actual. Se incorpora la información del censo de predios bajo propiedad horizontal. A partir del modelo parsimonioso de estratificación se hacen comparaciones de la distribución de los hogares por estratos con la actual y la nueva metodología.

Posteriormente se discute el punto de referencia para determinar los errores de inclusión y exclusión. Este es un asunto central de la política pública. Como se indica en el texto, no se le puede pedir a la estratificación que sea compatible con todas las medidas de pobreza y bienestar, ya que cada una de ellas responde a intereses específicos. La naturaleza de los indicadores de pobreza es heterogénea porque sus propósitos son diferentes.

Se presenta, además, un resumen de las disposiciones jurídicas. Finalmente, para quien desee conocer los detalles de la metodología, se incluyen los diferentes anexos que sirvieron de soporte para la construcción de la propuesta de la nueva estratificación.

2. MARCO CONCEPTUAL

La clasificación de inmuebles en estratos socioeconómicos, como instrumento para asignar subsidios y contribuciones a las familias, se está utilizando hace más de 30 años. Las variables que determinan el estrato están relacionadas con características de la vivienda, del entorno y del contexto urbanístico.

La unidad de observación de la actual estratificación es el lado de manzana, así que el estrato se le asigna a la manzana y no al predio. Esta aproximación tan agregada es propicia para que haya errores de inclusión y exclusión. La nueva metodología es más precisa y define el estrato para cada predio.

Con la información disponible, y con los avances del sistema de información, se ha ido llegando a la conclusión que el avalúo catastral es una buena aproximación a las características socioeconómicas de los hogares¹. La nueva estratificación aprovecha al máximo la información catastral. Estos logros permitirán mejorar la focalización, y construyen a reducir el desequilibrio fiscal que hoy existe, ya que las contribuciones no son suficientes para financiar los subsidios.

2.1. LA TENSION ENTRE LA CARACTERIZACIÓN DE LA VIVIENDA Y DEL HOGAR

La estratificación se ha convertido en un instrumento fundamental de la política pública. Esta investigación se centra en la vivienda, pero trata de acercarse a las condiciones socioeconómicas de los hogares².

En la literatura colombiana sobre estratificación se nota una tensión entre, por un lado, los estudios que hacen énfasis en las características de la vivienda y su entorno³ y, por el otro, los que ponen en primer lugar las condiciones socioeconómicas de los hogares.

¹ En Sepúlveda (2014), Sepúlveda, Gallego y López (2014) y Sepúlveda y Ramírez (2014) se muestran las ventajas que tiene la información catastral frente a los estratos.

² Alrededor de la SDP este camino de investigación se ha ido consolidando, y sus resultados se reflejan en los siguientes trabajos: CID (2004, 2006, 2012); Dane (2019 c), Gallego, González y Sepúlveda (2017, 2019); Gallego, Gutiérrez, López y Sepúlveda (2014); Gallego, Gutiérrez, Ramírez y Sepúlveda (2015); Gallego, López y Sepúlveda (2015); Gallego, Sepúlveda, Mayorga, Acosta, Maluendas, González y López (2016); González (2004, 2006, 2014); González, Díaz, Gómez, López, Martínez, Moreno, Ríos, Torres y Vargas (2007); Maluendas (2013); Muñoz, Martínez P., Fresneda, Gallo, Martínez J., Moreno, Torres, Villamizar, Bonilla, Pachón, Bechara y Valbuena (2012); ONU Hábitat (2015 a, b, c; 2016 a, b; 2017 a, b); Perdomo, Gamboa, Perea, Rodríguez y Guzmán (2016); Proes y Teknidata (2015 a, b, c, d, e); Ramírez, Gallego y Rivas (2012); SDP (2014); Sepúlveda (2014); Sepúlveda, Gallego y López (2014); Sepúlveda y Ramírez (2014).

³ Por ejemplo, Alzate (2006) y Dane (2015, 2020 a). El énfasis se centra en la estratificación de viviendas, y su objetivo principal es la jerarquización para el pago de los servicios públicos. El Dane (2008) propone clasificar la vivienda a la luz de “estratos robustos”. Se busca que en el ordenamiento de las viviendas se tengan en cuenta

El enfoque que centra la atención en las características del hogar ha sido desarrollado, sobre todo, por ONU Hábitat (2015 *a, b, c*; 2016 *a, b*; 2017 *a, b*). Desde esta mirada, en condiciones ideales, la estratificación debe desaparecer, y los servicios públicos se tendrían que cobrar de acuerdo con la capacidad de pago del hogar. ONU Hábitat propone el *indicador multidimensional de focalización* (IMF), que recoge un conjunto de datos administrativos relacionados con el hogar. Es una aproximación que pone el acento en la lógica de los procesos de *means testing* que constituyen “el *camino maestro* para hacer frente a las tareas de focalización en materia de subsidios” (ONU Hábitat 2017 *b*, p. 15).

Durante el 2019, en un trabajo realizado entre el Dane y la SDP (SDP 2019 *a, b*), se avanzó en la propuesta de una nueva metodología para redefinir los estratos de Bogotá. El punto de partida es la vivienda (a través del VUI), pero de manera indirecta se introduce la perspectiva de las condiciones de vida del hogar. Cada vez más la estratificación se va moviendo hacia las características del hogar. Esta transición se explica porque de alguna manera se ha reconocido que no es suficiente con la identificación de las viviendas y, por tanto, es indispensable buscar *desde la vivienda aproximaciones hacia el hogar*. En el conocimiento de los hogares se tienen en cuenta los datos administrativos, y a las encuestas⁴.

El estudio de la SDP también incluyó un diagnóstico de la estratificación en la zona rural, destacando las tensiones que se presentan en el borde entre las dinámicas de los precios y de la productividad rural. En las zonas de expansión los precios del suelo crecen a un ritmo superior al de la productividad. Esta asimetría, que se resuelve a favor de la urbanización, hace que la producción de bienes agrícolas se vaya alejando de los centros urbanos.

Entre la focalización, la movilidad social y la política pública hay una estrecha relación. Puesto que *no es posible darle todo a todos*, el ejercicio de la política obliga a escoger entre caminos alternativos, y a priorizar. Si este proceso se realiza de manera adecuada se logra que la movilidad social sea ascendente. Los problemas de focalización se han hecho evidentes estos días en los que se ha propagado el Covid-19. Ni las finanzas, ni la logística, estaban preparadas. El ideal sería poder tener información sobre la capacidad de pago individual. Este propósito se conseguiría con procedimientos como la declaración de renta universal, el empadronamiento, etc.⁵ Algunos países

factores relacionados con el bienestar de los hogares. El estrato es más “robusto” en la medida en que converjan un mayor número de variables socioeconómicas.

⁴ Por ejemplo, Gran Encuesta Integrada de Hogares (Geih), encuestas de calidad de vida, encuestas multipropósito, Encuesta Nacional de Presupuesto de los Hogares (Enph), censos.

⁵ La declaración de renta y el empadronamiento van en la dirección propuesta por ONU Hábitat (2017 *a, b*).

desarrollados lo han ido logrando, y por esta razón el balance neto entre impuestos y subsidios permite reducciones significativas de la desigualdad original. En Colombia la política fiscal no consigue que haya cambios importantes en el Gini antes y después de los impuestos y los subsidios. Para avanzar en equidad se requiere que los ricos paguen impuestos, y no reciban subsidios y, al mismo tiempo, que los pobres no tributen, y que sean beneficiados con los subsidios.

En las condiciones actuales de Colombia no es realista pretender hacerles el seguimiento a las condiciones socioeconómicas de los hogares, por fuera de la vivienda. Sin duda, sería ideal que la tarifa del pago de los servicios públicos siguiera al hogar, y se determinara en función de su capacidad de pago, e independientemente de la localización del predio. Frente a esta condición óptima, hay cierto consenso en que la estratificación presenta numerosos errores. Los de inclusión llevan a darle subsidios a quienes no los necesitan, y los de exclusión a privar de ayudas a quienes sí la necesitan. La actual metodología ha perdido su capacidad de clasificar de manera adecuada los predios residenciales de la ciudad. Lo errores de inclusión, teniendo como referencia la *línea de pobreza*, son significativos: el 58,1% de los hogares de mayor ingreso (deciles 7 a 10) están ubicados en los estratos 1, 2 y 3, cuando deberían pertenecer a los estratos 5 y 6.

La historia es bien conocida. La estratificación, que se concibió como un proxy de la capacidad de pago, tiene la finalidad de asignar subsidios y contribuciones en servicios públicos domiciliarios, bajo los principios de solidaridad, redistribución y suficiencia financiera. Aunque cumplió con este objetivo, la actual metodología ha perdido su capacidad de clasificar de manera adecuada los predios residenciales de la ciudad.

No hay ninguna relación entre la incidencia de la pobreza y la actual clasificación por estratos. El 78,5% de las manzanas de la ciudad pertenecen a los estratos 1, 2 y 3. Este porcentaje no tiene nada que ver con la baja incidencia de la pobreza monetaria, que era de 12,4% en el 2018. La asimetría entre el estrato y el ingreso de los hogares genera una asignación ineficiente de los recursos públicos, tanto nacionales como distritales. Dados los errores de inclusión y exclusión, en los últimos 3 años (2016-2018) el desbalance financiero entre la *contribución* de los estratos 5 y 6, y los *subsidios* a los estratos 1, 2 y 3, fue \$254.000 millones.

La revisión que se ha hecho de la metodología de estratificación permite distribuir las cargas y los beneficios de manera más equitativa. Disminuye los sesgos, y ofrece una aproximación razonablemente buena a las medidas relacionadas con la capacidad de pago de los hogares. Siempre habrá que hacerse la pregunta por el punto de referencia más adecuado para evaluar los errores de inclusión y exclusión.

La relevancia de estos instrumentos cuantitativos ha sido reiterada por la nueva Agenda Urbana - Hábitat III (ONU Hábitat 2016 *c*). Allí es claro que para reducir la pobreza, promover la igualdad de oportunidades y la diversidad económica en el desarrollo urbano, es necesario tener instrumentos cuantitativos. La crisis desatada por el Covid-19 va a acentuar los aumentos en la incidencia de la pobreza que se han observado en los últimos años y, entonces, es fundamental diseñar políticas públicas que concilien la demanda agregada de corte keynesiano, con la focalización adecuada y las políticas de pleno empleo. Estas medidas son necesarias dado que el incremento de la informalidad generará presión sobre la sostenibilidad financiera de los sistemas de protección social. El deterioro del mercado laboral se refleja en una caída de los ingresos fiscales, y en menores recursos para la seguridad social.

En los últimos años Bogotá ha mejorado en la progresividad de su política social y tributaria (Gallego, González y Sepúlveda 2019). Sin embargo, una parte de estos logros se perderá como resultado de la pandemia. Ya desde antes del Covid-19, organismos como Cepal y Naciones Unidas, consideraban fundamental dar pasos audaces en la lucha contra la desigualdad. Advertían que la única forma de vencer de manera definitiva la pobreza es a través de políticas distributivas, que reduzcan la concentración de la tierra, el ingreso y la riqueza. Lo ideal sería que esta tarea fuera un compromiso de los gobiernos nacional y local. Y la mejor distribución se logra si los impuestos y los subsidios son progresivos.

La Cepal (2020 *a, b*; 2021) prevé que los impactos del Covid en la región se verán reflejados en una mayor desigualdad social. Los grupos poblacionales más afectados por la desigualdad son los trabajadores informales de ambos sexos y, especialmente, las mujeres y las personas jóvenes, indígenas, afrodescendientes y migrantes. La Cepal también advierte que el incremento de la informalidad generará presión sobre la sostenibilidad financiera de los sistemas de protección social, por la disminución de aportes y posibles reducciones de cobertura.

La propuesta del *Nuevo Contrato Social* del Plan de Desarrollo de Bogotá (Concejo de Bogotá 2020), busca lograr un equilibrio entre el Estado, el mercado laboral y la ciudadanía, para darle a los menos aventajados y a los más vulnerables y desprotegidos, condiciones para que puedan hacer lo que quieren en la vida. El Distrito enfrenta desafíos metodológicos relacionados con la escogencia de las variables que permitan la adecuada formulación e implementación del *ingreso mínimo garantizado* (IMG). Para los teóricos de la *renta básica universal* (RBU), estas transferencias no deben sustituir los servicios típicos del Estado del Bienestar, como la educación y la salud. La disponibilidad de recursos fiscales para una transferencia a los ciudadanos es determinante para definir el monto del subsidio y su duración.

En este contexto vale la pena preguntarse si la estratificación contribuye de manera adecuada a una buena focalización. La apuesta por el IMG obliga a que el Distrito tenga las herramientas de información necesarias para precisar a los beneficiarios de la transferencia monetaria. Además, es importante determinar el monto del subsidio y su duración en el tiempo.

La estratificación no es el mecanismo apropiado para seguirle los pasos a las condiciones sociales de los hogares, aunque ofrece elementos que permiten tener un acercamiento indirecto.

Afortunadamente Bogotá ha mantenido la Encuesta Multipropósito (EM), que se ha convertido en un insumo fundamental para caracterizar la calidad de vida y las condiciones socioeconómicas de los hogares. Para seguir lo que pasa a lo largo del tiempo, la EM se hizo en el 2011, 2014 y 2017 (Gallego, González y Sepúlveda 2019). Gracias a la continuidad de la encuesta es posible observar la evolución de las principales variables sociales. La encuesta se llama multipropósito porque combina capacidad de pago y calidad de vida.

El balance neto por hogar depende de la conjunción de impuestos y subsidios, del orden nacional y local. Algunos subsidios mejoran el capital humano (educación, salud, asistencia social, cuidado de los niños), y otros la infraestructura física del hogar.

El subsidio es la diferencia entre el gasto (G) y los pagos (tarifas, contribuciones, etc.) (T), así que $S = C - T$. Esta es la definición que propuso Selowsky (1979), y continúa siendo un punto de referencia⁶.

Los subsidios en salud y educación son los más relevantes, no solamente por su monto sino también por sus impactos favorables. En salud los subsidios se componen del valor del Plan Obligatorio de Salud (POS), de los servicios y procedimientos que no están en el POS, y de los planes de atención de salud pública contenidos en el Plan de Intervenciones Colectivas (PIC).

El subsidio en educación tiene como base el costo promedio por alumno. La canasta incluye todos los gastos. El más relevante es la nómina. El balance entre las tarifas y los subsidios resulta de comparar el valor de la canasta educativa con la matrícula que paga el hogar. En el gasto educativo se incluyen los aportes de los gobiernos nacional y distrital.

⁶ Ver, por ejemplo, Vélez (1996); Vélez, Castaño y Deutsch (1999).

Los subsidios destinados a la formación de capital humano incluyen el costo del cuidado de los niños en los jardines del Icbf, y las transferencias monetarias de Familias en Acción. Estas ayudas en especie se destinan a hogares con niños no escolarizados entre 0 y 7 años.

Los subsidios relacionados con la vivienda incluyen los servicios públicos domiciliarios y las ayudas (monetarias y no monetarias) destinadas a la construcción y mejora de la vivienda. En alrededor de unos 15 municipios del país, principalmente en los de mayor tamaño, como Bogotá, Medellín, Cali, Pereira y Manizales, se ha establecido la política de *mínimo vital*, como complementaria al subsidio regular de la ley 142 de 1994. Los municipios asumen el costo total de brindar un nivel de consumo (entre 5 y 6 m³/mes)⁷.

Las políticas locales pueden incidir de manera significativa en la estructura de consumo de las familias, permitiéndoles gastar menos en bienes básicos y tener mayor posibilidad de adquirir las titularidades de los bienes que consideran valiosos. El seguimiento adecuado al balance neto exige sistemas de información, que desde el hogar vayan ponderando el peso relativo de los impuestos y de los subsidios. La Comisión Sarkozy (Stiglitz, Sen y Fitoussi 2010) reconoce que en este campo, en todos los países, se deben lograr cambios significativos⁸.

⁷ En Bogotá, el mínimo vital cubre 6 m³/suscriptor/mes, solamente para el servicio de acueducto (es decir no aplica a alcantarillado) para todos los usuarios de los estratos 1 y 2. En Medellín cubre 2,5 m³/persona/mes, tanto en acueducto como alcantarillado. Son beneficiarios los hogares pobres, de acuerdo con las categorías del Sisbén. En Pereira cubre 6 m³/suscriptor/mes, tanto de servicio de acueducto como de alcantarillado para personas con menos de 17 puntos en Sisbén.

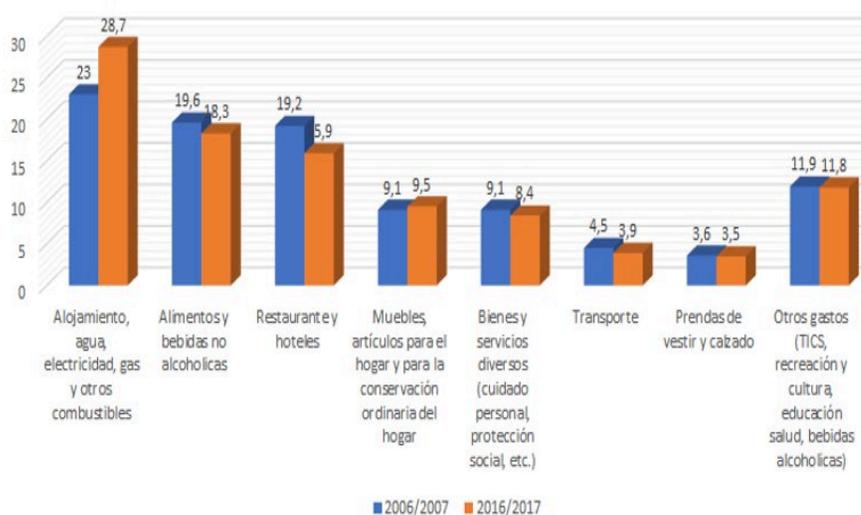
⁸ En el análisis de las contribuciones y subsidios se debe tener en cuenta los efectos precio e ingreso, que se expresan muy bien en la matriz de Slutsky (1915), que permite examinar conjuntamente ambos efectos. Cuando la demanda de un bien se modifica debido a la variación en la contribución, o en el subsidio, la demanda de los demás bienes también cambia.

2.2. LAS ESTRUCTURAS DE CONSUMO

Para la definición del monto de los recursos que se deben transferir es importante comenzar con un análisis de las estructuras de consumo. La política fiscal debe tener en cuenta el balance neto entre impuestos y subsidios.

Figura 1

Composición del gasto de los hogares - Comparación entre la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos (Enig 2006/2007) y la Encuesta Nacional de Presupuesto de los Hogares (Enph 2016/2017)



Fuente: Dane

En Colombia, y más en Bogotá, la estructura de ha cambiado de manera significativa. La figura 1 muestra las variaciones que se presentaron entre el 2006/2007 y el 2016/2017.

La vivienda aumentó su participación del 23% al 28,7%, y los alimentos la bajaron del 19,6% al 18,3%. Las variaciones son relevantes y muestran

que las transformaciones han sido estructurales. Colombia es un país más urbano, y los hogares han aumentado los bienes que consumen diferentes a los alimentos. Este resultado es bueno porque refleja un mejoramiento general de la calidad de vida. En estas circunstancias, el monto del ingreso básico debería ir aumentando con las nuevas necesidades.

En el estudio coordinado por Gallego, González y Sepúlveda, (2019) se observa la forma como ha evolucionado la estructura de consumo de los hogares de Bogotá entre 2011 y 2017 (cuadro 1). Los resultados son consistentes con los observados por la Enph 2016/2017. En líneas generales, ha ido aumentando el peso de la vivienda.

En Bogotá la tendencia es similar a la del nivel nacional, pero el cambio ha sido más intenso. El mayor peso de la vivienda es contundente. En el total pasó de 23,4% en el 2011 a 29,3% en el 2017. Y en estos años la participación de los alimentos se redujo de 22,9% a 16,6%. En el decil 1, la participación de los gastos en vivienda subió de 28,3% a 42,4%.

El alza de los precios de la vivienda en Bogotá ha generado importantes cambios en la composición del gasto de los hogares, especialmente de los más pobres. Si el ingreso del hogar no cambia, el mayor costo de la vivienda reduce el margen para adquirir otros bienes fundamentales, como alimentación, educación y salud. La política pública debe poner más atención a esta situación. Aunque el volumen de los subsidios destinados a la vivienda es alto, su cobertura es relativamente pequeña.

Las diferencias entre los deciles son notorias. Entre 2011 y 2017, en el decil 1, la participación de la vivienda subió 14,10 puntos, y la de los alimentos disminuyó 3 puntos. En el decil 10 el peso de los alimentos se redujo en 8,4 puntos. En el decil 1 el pago de los servicios públicos domiciliarios continúa siendo relativamente alto. Durante el período de análisis, su participación se mantuvo alrededor del 10%.

Cuadro 1

Estructura del gasto de los hogares de Bogotá, por deciles (EM 2011, EM 2014, EM 2017)

Decil	Alimen	Vivien	Trans	Salud	SPD	Educ	Otros	Total
2011	22,9	23,4	9,9	8,4	4,5	7,4	23,4	100
1	27,5	28,3	7,7	4,8	9,7	2,3	19,7	100
2	27,2	25,8	9,3	5,9	7,8	3,4	20,6	100
3	27,2	24,8	9,0	6,3	6,9	4,3	21,5	100
4	27,0	24,0	9,5	6,5	6,2	4,4	22,4	100
5	26,9	22,9	9,9	7,0	5,8	5,3	22,3	100
6	25,1	22,4	10,8	7,2	5,4	6,4	22,7	100
7	23,9	22,3	10,5	7,8	4,7	7,4	23,3	100
8	22,9	22,4	11,0	8,3	4,3	7,7	23,3	100
9	21,4	23,2	10,8	9,3	3,5	8,2	23,7	100
10	19,8	23,7	9,0	10,1	3,0	9,5	24,8	100
2014	18,0	26,6	10,3	9,6	4,0	8,8	22,6	100
1	25,6	38,4	7,2	4,9	6,3	1,7	16,0	100
2	27,1	32,9	8,3	5,8	5,9	2,9	17,2	100
3	26,4	31,1	8,8	6,4	5,8	4,0	17,6	100
4	25,4	29,6	9,4	7,0	5,6	4,5	18,5	100
5	24,0	28,4	10,2	7,5	5,5	5,5	18,9	100
6	22,3	27,9	9,7	7,9	5,3	6,9	19,9	100
7	20,8	26,8	10,5	8,5	4,5	7,5	21,4	100
8	18,4	25,7	11,0	9,6	4,1	8,4	22,8	100
9	15,6	25,1	10,4	11,0	3,5	10,9	23,5	100
10	12,1	24,4	11,0	11,8	2,5	12,0	26,3	100
2017	16,6	29,3	8,7	10,1	7,2	7,5	20,6	100
1	24,5	42,4	5,4	3,9	10,1	1,5	12,2	100
2	24,9	37,5	7,1	4,8	10,3	2,3	13,2	100
3	24,4	34,5	8,1	5,5	10,2	2,9	14,4	100
4	23,5	33,1	8,7	6,2	10,3	3,4	14,9	100
5	22,0	31,6	9,4	6,7	10,0	4,3	16,0	100
6	20,5	30,8	9,8	7,3	9,2	5,4	16,9	100
7	18,7	30,0	9,7	8,2	8,6	6,3	18,5	100
8	16,7	29,6	9,6	8,8	7,8	7,2	20,4	100
9	14,6	29,1	8,8	10,4	6,7	8,3	22,0	100
10	11,4	25,3	8,0	14,4	4,5	10,8	25,5	100

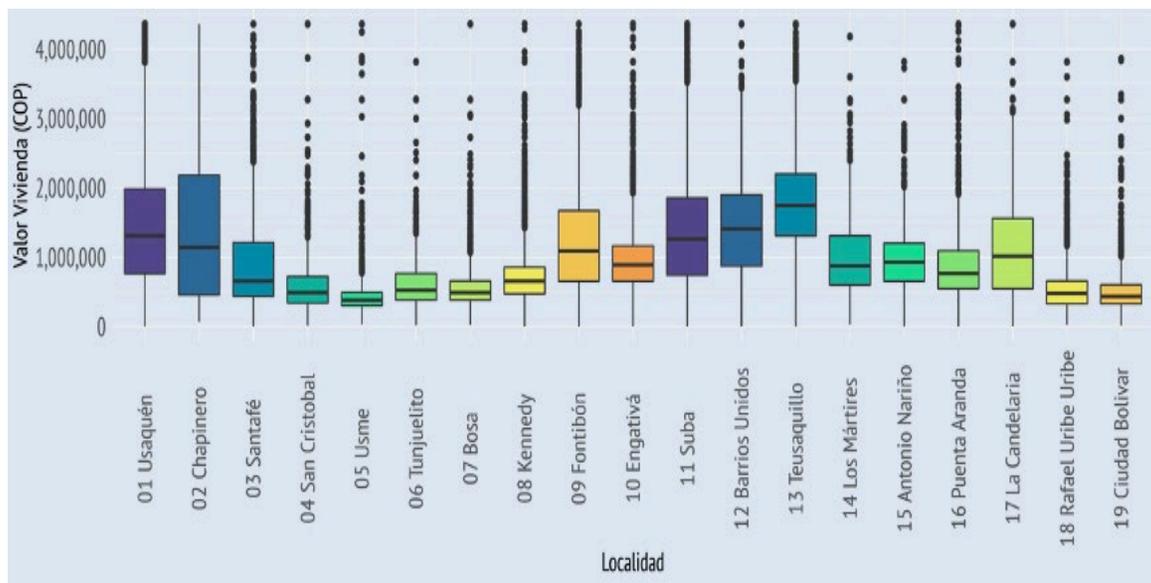
SPD es servicios públicos domiciliarios

Fuente: Gallego, González y Sepúlveda (2019), a partir de la información de la SDP.

Los gastos en vivienda, presentan grandes dispersiones en algunas localidades (figura 2)⁹. Las altas varianzas se representan en cajas más largas, como sucede en Chapinero. Otras localidades tienen menor dispersión, cajas pequeñas, como Usme y Ciudad Bolívar. Los valores más altos se observan en Chapinero, Teusaquillo y Usaquén. Y los más bajos en Usme y Ciudad Bolívar. La disparidad que se observa en Chapinero coincide con otros estudios que muestran que allí se presenta una mayor mezcla socioeconómica (menos segregación).

Figura 2

Gasto mensual en vivienda por localidad - 2017



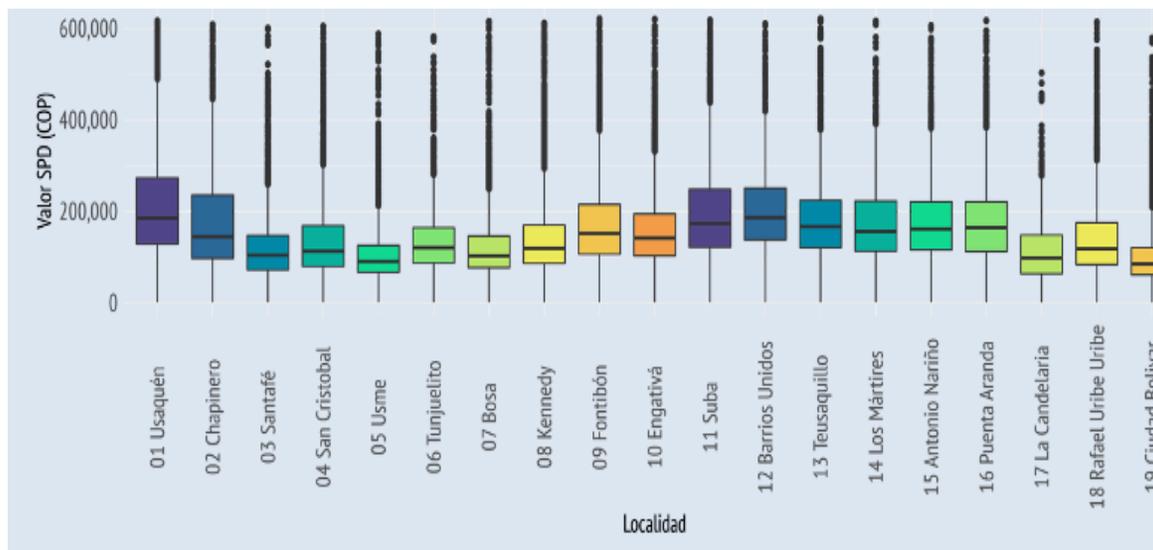
Fuente: Cálculos propios

Los servicios públicos domiciliarios (SPD) tienen una incidencia importante en las condiciones de vida de la población y en la estructura de gasto del decil 1. En el 2017, representan el 10,1%, que es un porcentaje alto, y restringe la disponibilidad de ingresos del hogar para adquirir otros bienes.

⁹ Las características de este tipo de gráfica son explicadas por Hintze y Nelson (1996).

Figura 3

Gasto mensual en servicios públicos domiciliarios (SDP) por localidad - 2017

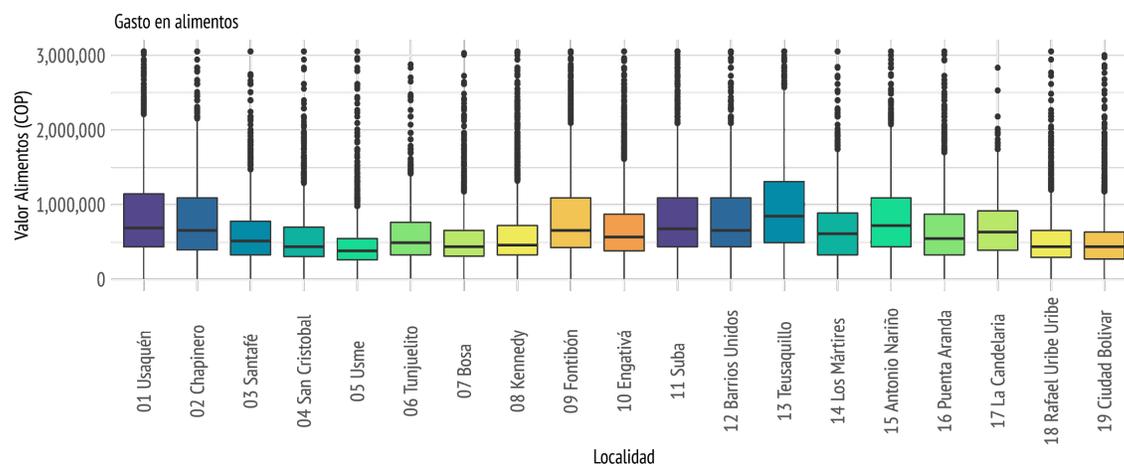


Fuente: Cálculos propios

Por localidades, los hogares de Usaquén y Chapinero son los que tienen, en promedio, el nivel de gastos en SPD más alto. Los que menos gastan están en Ciudad Bolívar (figura 3).

Figura 4

Gasto mensual en alimentos por localidad - 2017



Fuente: Cálculos propios

La distribución del gasto mensual en alimentos se observa en la figura 4. Y, otra vez, las diferencias entre localidades son importantes.

A medida que las condiciones de vida de la población van mejorando, el Orshansky (1969) tiende a subir y, por tanto, la línea de pobreza se hace más exigente, y se va distanciando de la línea de indigencia. Cuando el Orshansky es de 1, la línea de pobreza (LP) es igual a la de indigencia (LI). La persona que está en el límite de la pobreza extrema tiene un ingreso que a duras penas le alcanza para adquirir la canasta de alimentos básica.

$$LP = LI * \left(\frac{GT}{GA}\right) \begin{cases} LP = LI = 1 \text{ si } GT = GA \\ LP > LI \text{ si } GT > GA \end{cases}$$

Los cambios en las estructuras de consumo llevaron a un aumento del Orshansky. En la metodología anterior - que terminó en oct. 13 del 2020 - Colombia utilizó dos coeficientes de Orshansky. Uno exógeno, el urbano, de 2,4, que es igual al promedio de América Latina¹⁰ y, otro, endógeno, rural, de 1,74 (Mesep 2009, 2011).

¹⁰ Se tuvo que usar un Orshansky exógeno porque la Enig 2006/2007 tiene problemas de consistencia interna (Cortés 2009; Cortés y Pérez 2010).

Con la nueva metodología se introdujo un Orshansky endógeno¹¹ por ciudad. Casi todos los Orshansky suben con respecto a la vieja metodología. El cuadro 2 presenta el coeficiente de 23 dominios geográficos, ordenados de mayor a menor.

Los dominios que disminuyeron el Orshansky fueron Villavicencio, Montería, Barranquilla, Santa Marta y Riohacha. En la zona rural aumentó a 1,92. Los valores más altos se observan en Medellín, Manizales y Neiva. En la zona rural el Orshansky también aumentó. En Bogotá el nuevo Orshansky es de 2,57¹².

El mayor valor del Orshansky es una buena noticia. Muestra que, de facto, las estructuras de consumo están alejando a las personas de la línea de indigencia. Colombia es un país más urbanizado, y en el mediano plazo, y en el promedio, los niveles de ingreso han ido mejorando. Con este nuevo Orshansky la línea de pobreza se hace más exigente.

En el 2019, en Bogotá, el valor de la línea de indigencia fue de \$170.382 persona mes, y el de pobreza fue \$448.749 persona mes¹³.

2.3. CURVAS DE ENGEL Y FUNCIONES DE DEMANDA

La información disponible confirma que la vivienda ha adquirido un mayor peso en la estructura de consumo de los hogares. Con la Encuesta Multipropósito de Bogotá (EMB 2017) se estimaron funciones de demanda. La encuesta es representativa a nivel de estrato, localidad y UPZ. El ejercicio se realizó con los hogares de la zona urbana. La muestra correspondiente es de 74.640 hogares. A partir de allí se eliminaron los hogares que gastan menos de 1%, o más del 99% en la variable correspondiente. Además, se descartan los hogares que no reportan valores. Con estas exclusiones, la muestra se redujo a 48.728 hogares.

Cuadro 2

Coeficientes de Orshansky a partir de la Enph 2016/2017

Medellín	2,74
Manizales	2,73
Neiva	2,73
Florencia	2,65
Ibagué	2,65
Pereira	2,61
Bogotá	2,57
Armenia	2,50
Pasto	2,49
Bucaramanga	2,47
Tunja	2,46
Cartagena	2,45
Popayán	2,45
Cali	2,44
Valledupar	2,44
Quibdó	2,42
Cuscuta	2,41
Sincelejo	2,40
Villavicencio	2,30
Montería	2,27
Barranquilla	2,20
Santa Marta	2,13
Riohacha	2,09
Resto urbano	2,20
Rural	1,92

Fuente: Dane (2020 *b*)

¹¹ A diferencia de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos (Enig) 2006/2007, la Encuesta Nacional de Presupuesto de los Hogares (Enph) 2016/2017 sí es internamente consistente (Cortés, Gallegos, Otálvaro y Suárez 2019), y permite utilizar un Orshansky endógeno. En la Enph 2016/2017 las curvas de Engel presentan un comportamiento adecuado.

¹² La SDP estimó un Orshansky para Bogotá con la EMB 2017 de 2,58, que es muy similar al del Dane.

¹³ La Cepal (2020 *a, b*) estima una línea de pobreza extrema de \$117.605 persona mes y de pobreza de \$257.433 persona mes.

Y en cuanto a los bienes, se dejaron por fuera bebidas alcohólicas y tabaco porque su consumo es pequeño, o nulo (cuadro 20, anexo 3). Tampoco se consideraron los vehículos, muebles y enseres por tratarse de bienes durables (Cortés y Pérez 2010)¹⁴.

Para determinar las curvas de Engel se partió de

$$w_{ih} = \alpha_i + \beta_i \log(x_h) + \gamma_i (\log(x_h))^2 + \zeta_n + \epsilon_{ih}$$

w_{ih} es la participación del bien i en el gasto total del hogar (x_h) y n es el total de personas del hogar. La elasticidad gasto de la demanda es:

$$\varphi_i = 1 + \frac{\beta_i}{w_{ih}} + 2 \frac{\gamma_i \log(x_h)}{w_{ih}}$$

El cuadro 3 presenta la elasticidad gasto de la demanda de los principales bienes. Son inelásticos los alimentos, los servicios públicos domiciliarios (SPD), y la vivienda. El coeficiente más bajo es el de SPD.

La comparación de las elasticidades es fundamental para entender el impacto que tiene en la estructura de consumo una variación del ingreso disponible, como resultado del cambio de la tarifa asociado a la modificación del estrato. La elasticidad de la demanda por servicios públicos es baja (0,474), así que cuando se presentan cambios en el ingreso (gasto), los hogares mantienen el consumo de servicios públicos y reducen otros gastos. La elasticidad baja significa que el consumo del bien/servicio se trata de conservar. Preocupa que las elasticidades de la educación (1,966) y de la salud sean tan altas (1,415). Estos datos indican que el hogar hace el esfuerzo de pagar la factura de los servicios públicos aunque tenga que dejar de comprar medicamentos, o se vea en la obligación de reducir los gastos destinados a la educación. La vivienda también es inelástica (0,925), así que junto con los servicios públicos, también es un gasto prioritario.

La diferencia de las elasticidades es una información valiosa para entender los efectos del cambio de estrato en la composición del consumo de los hogares. Si el estrato aumenta, se pueden diseñar mecanismos transitorios que suavicen los efectos de la

Cuadro 3

Elasticidad gasto de la demanda
Bogotá - 2017

Alimentos	0,835
Bienes-servicios-vestuario	1,134
Educación-recreación	1,966
Salud	1,415
SPD	0,474
Transporte-comunicación	1,020
Vivienda	0,925

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017 y del información catastral

¹⁴ Ver, además, Cortés, Gallego, Otálvaro y Suárez (2019).

nueva tarifa. El principio básico es relativamente sencillo: se debe evitar que por pagar los servicios públicos, el hogar se vea en la obligación de reducir gastos fundamentales, como salud y educación,

Cuadro 4

Elasticidad gasto de la demanda por estrato, con la actual y la nueva estratificación Bogotá 2017

	Alimentos		Vivienda		SPD	
	Actual	Nueva	Actual	Nueva	Actual	Nueva
1	1,051	1,027	0,679	0,731	0,499	0,588
2	0,998	0,949	0,665	0,787	0,380	0,599
3	0,978	0,928	0,764	0,788	0,258	0,441
4	1,052	0,958	0,603	0,795	0,213	0,308
5	1,086	0,990	0,686	0,695	0,330	0,357
6	1,226	1,030	0,708	0,755	0,413	0,418

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017 y de la información catastral.

El cuadro 4 compara las elasticidades gasto de la demanda por estrato, con la actual y la nueva estratificación. Los tres bienes incluidos son inelásticos, sobre todo la vivienda y los SPD. Con el cambio de estrato, éstos últimos aumentan ligeramente la elasticidad, y los alimentos la disminuyen.

En el nuevo estrato habría cierto estímulo para modificar levemente la demanda de SPD y de vivienda, y menos incentivos para variar el consumo de alimentos¹⁵. El punto que vale la pena resaltar es la incidencia que tiene el cambio de estrato es la estructura de consumo.

El efecto no es neutro. De todas maneras, los datos correspondientes al estrato 1 confirman la preocupación sobre los peligros de una sustitución inconveniente. El afán por pagar los servicios públicos, puede llevar a que el hogar reduzca el consumo de alimentos.

2.4. SISTEMA LINEAL DE GASTO EXTENDIDO (ELES)

El ELES es una modificación del Sistema Lineal de Gasto (LES) presentado y estimado por Stone (1954). El LES permite estimar los gastos de subsistencia por cada bien y considera el gasto total como un proxy del ingreso del hogar. Y no examina de manera explícita el ahorro de los hogares (Ramírez, Muñoz y Rivas 1998). Lluch (1973) desarrolló la versión extendida incluyendo una ecuación para el ahorro, considerándolo un bien adicional de la canasta consumida por el hogar.

$$x_i = y_i + \beta_i \left(x - \sum_{j=1}^n \gamma_j \right)$$

x_i es el gasto per cápita en el grupo de bienes i . y_i es el gasto mínimo en i . β_i es la propensión marginal a gastar en i . La sumatoria de los bienes j es $(\sum_{j=1}^n \gamma_j)$.

¹⁵ Para la interpretación correcta de estos resultados habría que estimar la matriz de Slutsky para poder determinar la forma como interactúan los efectos precio e ingreso.

$$x_i = \theta_i + \beta_i x$$

$$\theta_i = y_i - \beta_i \sum_{j=1}^n \gamma_j$$

Las propensiones marginales a consumir dependen de la combinación de los diferentes tipos de bienes,

$$y_i = \theta_i + \frac{\beta_i \beta_n}{\gamma_n - \theta_n}$$

β_n es la propensión marginal para consumir de los otros bienes.

$$x_{ji} = \theta_{ji} + \beta_i y + \sum_{j=2,3} d_j \lambda_{ji} (y - y_{j-1})$$

El gasto mínimo de cada grupo de bienes depende del comportamiento de los otros, así que $d_2 = 1$ cuando se analiza el grupo 2, y $d_3 = 1$ cuando se examina el grupo 3. y_{j-1} es el gasto per cápita del grupo inmediatamente anterior.

Dado que el consumo de bienes básicos o de subsistencia no puede ser igual a cero, se incorpora en la expresión que mide la demanda de bienes:

$$x_{ji} = \gamma_{ji} + \beta_i y + \sum_{j=2,3} d_j \lambda_{ji} (y - y_{j-1})$$

Para determinar el *gasto mínimo en bienes básicos* (Gmbb) se debe tener en cuenta solamente el gasto en los bienes i del grupo 1, que corresponde a las personas más pobres de la economía. El consumo de los bienes i depende de la propensión al gasto de los otros grupos de gasto:

$$\gamma_{1i} = \theta_{1i} - \frac{\beta_i}{\sum_{j=2,3} \beta_j} \sum_{j=2,3} \theta_{ij}$$

El *índice de capacidad de pago* (ICP) incorpora el concepto de distancia máxima entre el *gasto mínimo social* en los bienes básicos (Gmbb) y el gasto de cada hogar en este tipo de bienes

$$s(x_{ij}) = \hat{x}_{ij} - \tilde{x}_j$$

\hat{x}_{ij} es el gasto del hogar i en los bienes básicos j . \tilde{x}_j es el gasto mínimo *social*. Y para estandarizar,

$$I_i = \frac{\hat{x}_{ij} - \tilde{x}_j}{\text{Max}(\hat{x}_{ij} - \tilde{x}_j)}$$

I_i va de -1 a 1.

El ELES, a diferencia del LES, puede identificar los parámetros aún en ausencia de información de precios. El gasto promedio en cada rubro es suficiente para conocer la respuesta del consumidor a los cambios en los precios. En los ejercicios empíricos se utilizó el ingreso y el gasto per cápita del hogar.

Las elasticidades¹⁶ que resultan de ELES se presentan en el cuadro 5 (ver, además, cuadro 21, anexo 4). Las demandas más inelásticas con respecto al ingreso son SPD y alimentos. Aunque la mayoría de los resultados son muy diferentes a los del cuadro 3, la baja elasticidad ingreso de los SPD es consistente en los dos modelos. Ello significa que variaciones en el ingreso, en cualquier dirección, tienen poca incidencia en el consumo de los servicios públicos.

Cuadro 5

Elasticidades ingreso y precio de la demanda - modelo ELES - Bogotá 2017

	Ingreso	Precio NC	Precio C
Alimentos	0,501	-0,261	-0,170
Bienes-servicios-vestuario	0,908	-0,369	-0,324
Educación-recreación	0,439	-0,190	-0,159
Salud	0,759	-0,330	-0,265
SPD	0,378	-0,154	-0,139
Transporte-comunicación	0,539	-0,253	-0,188
Vivienda	0,739	-0,420	-0,221

Elasticidades ingreso, precio NC (demanda no compensada) - precio C (demanda compensada)

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017 y de la información catastral

La estimación del gasto de subsistencia permite diseñar el monto mínimo al que deberían llegar los subsidios que recibe el hogar. Sumando los gastos de subsistencia en vivienda, alimentos y SPD, el subsidio mes por hogar debería ser, por lo menos, de \$520.321 (suma de la columna intercepto del cuadro 21, anexo 4).

¹⁶ El cálculo de la elasticidad se explica en Dane (2019 *b*, pp. 8 y ss.).

Las elasticidades precio tienen el signo negativo, que es el esperado. Y esta relación negativa se mantiene con la nueva estratificación. Las elasticidades precio son más bajas que las del ingreso. Los SPD presentan la menor elasticidad precio de la demanda no compensada.

Cuadro 6

Elasticidades ingreso y precio de la demanda - modelo ELES
Actual y nueva estratificación
Estrato 1
Bogotá 2017

	Ingreso		Precio NC		Precio C	
	Actual	Nueva	Actual	Nueva	Actual	Nueva
Alimentos	0,375	0,399	-0,177	-0,174	-0,076	-0,074
Bienes-servicios-vestuario	0,846	0,680	-0,222	-0,168	-0,182	-0,136
Educación-recreación	0,402	0,512	-0,111	-0,133	-0,088	-0,103
Salud	0,712	0,587	-0,200	-0,159	-0,152	-0,116
SPD	0,364	0,300	-0,099	-0,078	-0,080	-0,061
Transporte-comunicación	0,536	0,549	-0,194	-0,189	-0,110	-0,104
Vivienda	0,723	0,518	-0,306	-0,219	-0,134	-0,094

Elasticidades ingreso, precio NC (demanda no compensada) - precio C (demanda compensada)

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017 y de la información catastral.

elasticidad ingreso de la demanda de SPD y vivienda. La elasticidad precio también se reduce. Estas relaciones indican que cuando los hogares experimentan una reducción del ingreso, o perciben que la tarifa es más alta, tratan de mantener el mismo nivel de consumo de los SPD, y ajustan el presupuesto disminuyendo el consumo de los bienes de mayor elasticidad¹⁷.

3. HACIA UNA NUEVA METODOLOGÍA DE ESTRATIFICACIÓN

Hay un cierto acuerdo en que la mejor fuente de información para la clasificación de predios urbanos proviene de los avalúos catastrales¹⁸. La estratificación vigente, centrada en la manzana es una aproximación que se ha quedado rezagada (no ha habido mejoras metodológicas desde el año 1994) frente a los avances de la ciudad, y a la dinámica que han tenido los ingresos de los hogares.

¹⁷ Estas tendencias son muy distintas a las observadas en el cuadro 4, donde ambas elasticidades suben.

¹⁸ Esta percepción la comparte, aún estudios como los de ONU Hábitat (2017 a, b), que priorizan clasificación a partir de los hogares.

Las elasticidades se estimaron para cada uno de los estratos (cuadros 23 a 33 del anexo 4). Se comparan los resultados de la metodología vigente y de la propuesta.

En el cuadro 6 se incluyen los resultados de los ejercicios correspondientes al estrato 1. Con el nuevo estrato se reduce la

Con la información disponible actualmente, y con los avances del sistema de información, se ha ido llegando a la conclusión que el avalúo catastral es una buena aproximación a las características socioeconómicas de los hogares. En Sepúlveda (2014), Sepúlveda, Gallego y López (2014) y Sepúlveda y Ramírez (2014) se muestran las ventajas que tiene la información catastral frente a los estratos.

Al pasar de la manzana al predio, la nueva metodología es más precisa. Y aprovecha al máximo la información catastral. Gracias a que estos datos son continuos, se facilita la definición de límites que no son estáticos.

3.1. MODELOS LINEALES GENERALIZADOS

La teoría moderna de la estadística, y particularmente la relacionada con la formulación de modelos, se ha venido consolidando desde la década de los 80s. Se busca abordar el problema de análisis de datos con variables respuesta (dependiente) relacionadas con: conteos, proporciones, proporción continua medida en el intervalo (0,1), tiempos de falla, y algún otro tipo de respuesta cuantificada en una escala continua, que no se ajusta a una distribución gaussiana, más conocida como distribución normal.

Algunas de las distribuciones o funciones de probabilidad que se adecúan al tipo de datos que estamos considerando son: Poisson para conteos; Binomial para proporciones; Beta para proporciones continuas; Gamma para tiempos de falla, o información en presencia de fuerte asimetría en los datos; Binomial Negativa, cuando se tienen procesos en los que se busca obtener un determinado número de éxitos.

Si la varianza es una función de la media (en el caso de las distribuciones Poisson, Binomial y Gamma), entonces no es constante. Cuando la distribución es normal, o en la estimación se utilizan mínimos cuadrados, los estimadores tienen varianza mínima, y generalmente se asume que es constante.

En los ejercicios siguientes la varianza no es constante, ni se pretende estabilizarla a partir de técnicas como los *mínimos cuadrados ordinarios* (MCO), o los *mínimos cuadrados generalizados* (MCG). Tales procedimientos no son adecuados. Se ha optado, entonces, por analizar este tipo de datos con *modelos lineales generalizados* (MLG) y *modelos con presencia de sobredispersión* (MS). Estas aproximaciones permiten que la información básica sea estudiada en “su ambiente natural”.

Como en cualquier ejercicio que indaga por las causalidades, se busca establecer una relación funcional entre una variable dependiente y sus determinantes. La variable

respuesta (o dependiente), que generalmente es aleatoria, puede tener un amplio espectro de distribuciones (*familia exponencial* (FE)). Los determinantes, o variables independientes, constituyen la parte sistemática del modelo.

El concepto de familia exponencial fue introducido por Fisher en la segunda década del siglo XX, pero Nelder y Wedderburn (1972) mostraron que una serie de técnicas estadísticas comúnmente usadas por separado podrían ser formuladas de una manera unificada, como una clase de modelos de regresión. A esta teoría unificada, que es una extensión de los modelos clásicos de regresión, le dieron el nombre de *modelos lineales generalizados* (MLG). Incluyen una variable respuesta univariada, variables explicativas, y una muestra aleatoria de observaciones independientes.

El MLG se usa cuando se tiene una única variable aleatoria Y , asociada con un conjunto de variables explicativas X_1, X_2, \dots, X_p , para una muestra aleatoria de n observaciones y_i . El vector columna asociado es definido por el conjunto de las p -variables independientes, de tal forma que cada $X_i = (x_{i1}, \dots, x_{ip})^T$ es un vector de observaciones traspuesto.

En los MLG se determinan tres componentes: i *Aleatorio*, que se representa por un conjunto de variables aleatorias independientes procedentes de una misma distribución, y hace parte de una familia de distribuciones (familia exponencial) con medias $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$. Es decir, se cumple que $E(Y_i) = \mu_i$ para $i = 1, \dots, n$. ii *Sistemático*. En este caso las variables exploratorias o independientes entran en la forma de una sumatoria lineal de sus efectos. Y iii *Función de enlace*, que relaciona la parte aleatoria con la parte sistemática del modelo. Es decir, vincula la media con el predictor lineal, $\eta_i = g(\mu_i)$, siendo $g(\cdot)$ una función monótona y diferenciable.

3.2. EL VUI, LA VIVIENDA Y LA CAPACIDAD DE PAGO DEL HOGAR

La estratificación basada en el VUI reduce la tensión entre los polos **vivienda/hogar**. El punto de partida del VUI es la vivienda, pero permite acercarse a las dimensiones socioeconómicas de los hogares.

La *nueva estratificación* parte del *valor unitario integral* (VUI) del predio. Es un indicador que resume las características físicas y del entorno de un inmueble en términos de su valoración por unidad de área (\$/m²). Esta aproximación permite que los predios residenciales sean comparables.

El VUI se construye a partir de la información predial catastral urbana de las unidades residenciales de Bogotá¹⁹. Incluye los inmuebles en propiedad horizontal (PH), y los que no están bajo regímenes de propiedad horizontal (NPH)²⁰. En nuestra estimación del VUI se ha eliminado el estrato que se incluye en la definición del valor catastral.

El VUI es una información a nivel de predio, y no de manzana como la estratificación actual. Gracias a esta individualización, el VUI ofrece elementos que lo acercan más a las condiciones del hogar.

Para los predios en *propiedad horizontal* (PH)

$$VUI_{PH,i} = \frac{AT_i}{AC_i}$$

AT_i es el avalúo total del predio i , PH es la propiedad horizontal, y AC_i es el área construida del predio en m^2 .

Y para los predios que *no están en propiedad horizontal* (NPH)

$$VUI_{NPH,i} = VUT_i + VUCP_i$$

VUT_i es el valor del m^2 de terreno en el predio i , que se toma directamente de la base catastral. NPH representa los predios que no tienen propiedad horizontal. Y $VUCP_i$ es el promedio del valor unitario de construcción ponderado por el área total de la unidad j dentro del predio i , y con k unidades residenciales.

$$VUCP_i = \frac{\sum_{j=1}^k VUC_{ij} * AC_{ij}}{\sum_{i=1}^k AC_{ij}}$$

Con esta información, obtenida en las bases catastrales, se calcula el VUI predio a predio, y posteriormente se buscan sus determinantes para definir el modelo de estratificación.

En la formulación teórica que soporta el nuevo modelo de estratificación, se consideró como marco metodológico general la teoría de los MLG, en el que la variable respuesta se obtiene a partir del *valor unitario integral* (VUI). Entre los modelos analizados se recomienda un modelo Gamma, con función de enlace logaritmo natural. En

¹⁹ Sobre las características del catastro, ver Igac (2008).

²⁰ En la metodología vigente, el avalúo catastral (total) de cada predio resulta de la adición de los avalúos catastrales parciales, aplicados en forma independientes para terrenos y edificaciones.

los ejercicios estadísticos no se encontró diferencia significativa en la explicación del VUI entre las variables características de la PH y de la NPH.

Finalmente se obtuvo un modelo parsimonioso. Los parámetros se estimaron utilizando el procedimiento de *máxima verosimilitud*. Se evaluó mediante procedimientos de bondad de ajuste el nivel de discrepancia entre los datos observados y los datos ajustados. Se construyeron bandas de confianza tanto para los residuales como para las variables. Mediante análisis de residuales se determinó si había presencia de puntos influyentes y anómalos (*outliers*). Gracias al análisis de desvíos (*deviance*) se determinó el modelo final, que garantiza la menor discrepancia entre los valores ajustados y los observados. Además, se tuvieron en cuenta otras estadísticas que permiten evaluar la calidad de ajuste del modelo. Se destacan los criterios de información de Akaike (1974) y Schwarz (1978), conocido como bayesiano-BIC.

La Unidad Administrativa Especial de Catastro Distrital (Uaecd) utiliza procedimientos estadísticos basados en *modelos lineales generalizados* (MLG), que permiten hacer buenas predicciones del valor catastral a partir de la información sobre algunas características propias del predio como: ubicación (medido en coordenadas geográficas), distancias a puntos estratégicos (parques, colegios, CAI, universidades, rellenos sanitarios, estaciones de Transmilenio...), condiciones físicas de los predios (edad de la construcción, área, materiales predominantes en cocina, techos, baños...), y el estrato socioeconómico.

Modelo estadístico	Descripción residencial	Número puntos muestra
MO1	Residencial PH estratos bajos (1-2-3)	270
MO2	Residencial PH estratos altos (4-5-6)	215
MO6	Bifamiliares	1.188

Para realizar la estimación del valor catastral, la Uaecd parte de una muestra aleatoria de predios, que sea representativa. Se ajustan 3 modelos para poblaciones de predios bajo PH claramente identificables. Para cada modelo

se define un número de puntos de muestra. En la estimación se usaron alrededor de 180 variables predictoras.

3.3. EL VUI COMO INSUMO PARA LA NUEVA METODOLOGÍA DE ESTRATIFICACIÓN

La metodología de estimación del VUI se diferencia en varios aspectos de la forma como la Uaecd estima el valor catastral. i No incluye el estrato, como sí lo hace la Uaecd. Con esta decisión se busca que haya más objetividad en la valoración del metro cuadrado. ii Los modelos que están siendo implementados en la Uaecd, incluyen numerosas variables dicotómicas-binarias, que llevan a la sobreestimación de los parámetros. No es recomendable que haya saturación de variables. El modelo alrededor del VUI es de tipo parsimonioso, caracterizado por un número reducido de variables

y con un nivel de ajuste bastante bueno. iii Las tablas de valor utilizadas por la Uaecd para determinar el catastro para NPH tienen un sesgo inherente de “expertos”, que están influenciados por el estrato actual.

En la nueva metodología, para predios NPH, a partir de las tablas de valor, se ajusta un modelo de la forma

$$VUI_{ij} = \beta_0 + \beta_1 CP_{ij} + \beta_2 CE_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

siendo CP_{ij} es el puntaje de la unidad de construcción j en el predio i . CE_{ij} es la edad del predio i en la unidad de construcción j .

Para predios PH se utilizan las variables del *censo de equipamientos comunales en propiedad horizontal* (Cecph) que resultaron significativas.

El modelo finalmente estimado se aplica, tanto a predios PH, como NPH. Pero también se realizaron cálculos diferenciando PH y NPH. Para atenuar el efecto que pueda tener una distribución sesgada, se utiliza una transformación logarítmica, que reduce la varianza y vuelve más simétrica la distribución.

Para la implementación de las diferentes alternativas de modelamiento, se tuvieron 4 criterios: i) distribución espacial compatible con el avance de la ciudad y el proceso de consolidación de los barrios, ii) proxy de errores de inclusión, iii) proxy de errores de exclusión, e iv) impacto en la transición hacia la nueva estratificación.

En su forma general el modelo es $E(VUI_i) = f(I_i, U_i, D_i; \beta)$, siendo $E(VUI_i)$ el valor esperado del VUI para el predio i . I son las características inherentes a la unidad residencial, U son las particularidades determinadas por la ubicación del inmueble, D es la distancia a hitos de la ciudad. β son los parámetros que resultan de la estimación. La función f es exponencial.

La estimación de los valores β se hace suponiendo que el VUI tiene una distribución Gamma, ya que el valor del VUI siempre es positivo y la distribución está sesgada hacia la derecha. El VUI estimado para cada predio de la ciudad es:

$$VUI = \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_p x_p)$$

Para el cálculo del VUI de todos los predios se tomó como base el conjunto de variables independientes utilizado por la Uaecd en el 2018. Las 150 variables iniciales se redujeron a 70 (cuadro 8, anexo 1), después de eliminar las que de manera explícita contienen el estrato. De este grupo resultan las p variables finalmente incluidas en la

estimación. La selección se hace mediante el procedimiento *stepwise*, y se busca que optimice el valor del criterio de información de Akaike. Además del cálculo del impacto de cada variable, expresado en el β , se introducen términos de tipo polinomial, cuya significancia y pertinencia se examina a través del análisis de desvíos y de criterios de información AIC y BIC.

El cuadro 7 muestra las variables que se incluyeron en el modelo y el valor de los respectivos β . Los impactos se han ordenado de mayor a menor. Es interesante observar la importancia que en conjunto tienen las variables relacionadas con las distancias²¹.

²¹ La distancia es un factor determinante del valor del inmueble. Este principio ha sido un fundamento clásico de los modelos hedónicos desde los días de Von Thünen (1856). Ver, además, Baranzini, Ramírez, Schaerer y Thalmann (2008); Lora, Powell, Praag y Sanguinetti (2010); Muellbauer (1974).

Cuadro 7

VARIABLES
Variables incluida en el modelo de estimación del VUI, y valor del parámetro.

VARIABLES	DESCRIPCIÓN	PESO
PUNTAJE	Puntaje de la construcción predominante	18,81
VETUSTEZ	Edad de la construcción predominante (Vetustez)	10,02
AREA_USO*VETUSTEZ	Interacción area por vetustez	6,59
COL_PUB	Distancia Colegios publicos	5,72
CAI	Distancia a Policía (CAI) (Categorizada en cuartiles)	5,71
RSDJ	Distancia RSDJ (Categorizada en dos zonas de influencia >= 4500 m)	4,97
ZHF_4_TRAT_CONSOL	Tratamiento urbanístico de 4. Consolidación	4,42
URI_UPJ	Distancia Unidades de reacción inmediata y Unidades de Policía Judicial	4,35
DIST_PKBOLSIL	Distancia a parque de bolsillo (Categorizada en cuartiles)	4,33
COORDENADA_X	Coordenada X del lote donde se ubica el predio	4,14
PKBOLSIL	Distancia parque de bolsillo (Categorizada en cuartiles)	4,22
GA2	Grupos de acabados principales 2	4,14
UNIVERS	Distancia Universidades públicas y privadas	3,89
ZHF_4_TRAT_MEJ	Tratamiento urbanístico de 5. Mejoramiento Integral	3,28
ESTACTM	Distancia a estación de Transmilenio	2,89
Tip2	Tipología constructiva 2	2,6
AREA_USO	Área construida del predio	2,53
COORDENADA_Y	Coordenada Y del lote donde se ubica el predio	1,97
PKVECIN	Distancia parque Vecinal	1,88
ZHF_4_TRAT_CONSERV	Tratamiento urbanístico de 4. Conservación	1,88
AREA_ACT5	Área de actividad Central	1,74
ZHF_1213_21	Comercial y de servicios 1. Vecinal.	1,64
ZHF_4_TRAT_RENOV	Tratamiento urbanístico de 3. Renovación Urbana	0,83
AMENAZAI	Indice de amanza (baja y alta)	0,7
ZHF_6_TOPOG_EMP	Topografía Empinada	0,5
ZMPA	Distancia a Zonas de Manejo y Preservación Ambiental	0,48

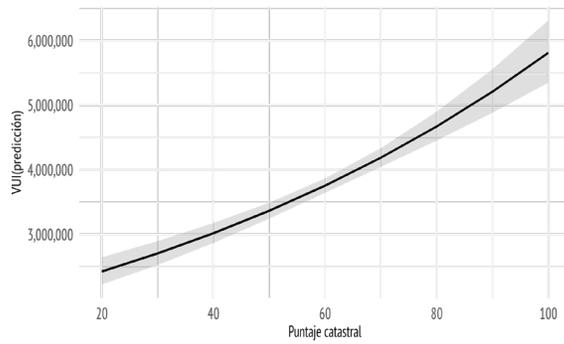
Fuente: Cálculos propios

En la figura 5 se presenta la relación entre el VUI y algunas variables relevantes: puntaje catastral, vetustez, distancia a colegios públicos, área del predio. La gráfica describe la forma como el cambio en cada una de las variables independientes va impactando al VUI. La pendiente de la curva es la expresión de la incidencia, que va creciendo con la inclinación. Y en cuanto a la banda, la precisión es mayor, mientras sea más estrecha.

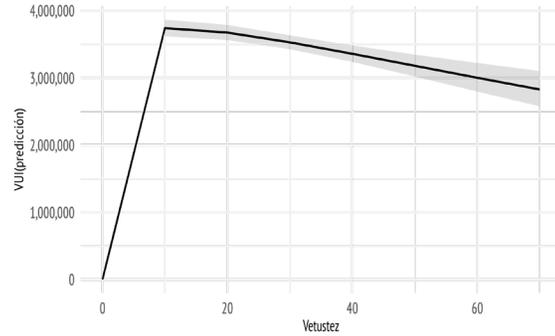
Figura 5

Valor del VUI en función del puntaje catastral, la vetustez, la distancia a colegios públicos y el área del predio

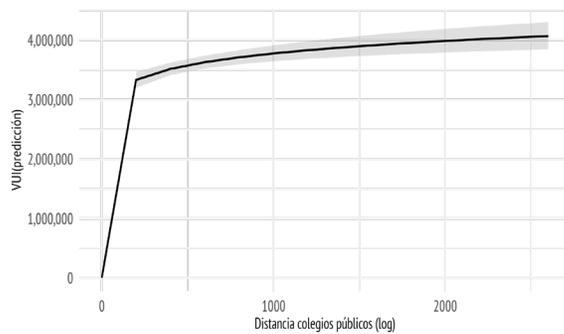
Puntaje catastral



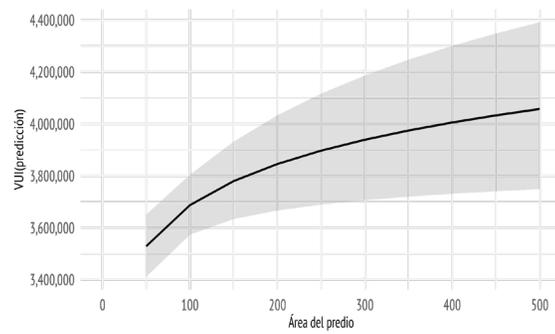
Vetustez



Distancia a colegios públicos



Área del predio



Fuente: Cálculos propios

La variable que mayor peso tiene en el modelo es el puntaje catastral. Su relación con el VUI es directa. El puntaje tiene una alta capacidad de discriminación. La vetustez tiene dos tendencias. Una creciente, para las construcciones de menos de 10 años. Y a partir del año 11 comienza a disminuir el valor del VUI, porque la depreciación comienza a tener un impacto negativo.

A la distancia a colegios públicos se le aplicó la transformación logarítmica para garantizar su relación lineal con el VUI, que crece a medida que el predio se ubica lejos de estas instituciones educativas²². En Bogotá los hogares de más altos ingresos no suelen vivir al lado de los colegios y, menos, de los públicos.

²² En el estudio de Bonilla y González (2011, coord.), y desde una perspectiva micro, se muestra que los colegios nuevos tienen una incidencia positiva en el precio de las viviendas vecinas.

Y la última gráfica muestra una relación positiva entre el área construida del predio y el VUI,

La distancia al relleno sanitario Doña Juana se categorizó de acuerdo con el área de influencia. Se definió una variable discreta, con dos alternativas: menos y más de 4.500 metros de distancia. Tal y como se podría esperar, en el primer caso el VUI tiene un menor valor.

Definido el VUI se clasificaron los predios en 6 grupos²³. El criterio básico es la máxima homogeneidad al interior del grupo, y la máxima heterogeneidad entre grupos. Para determinar el punto de corte se utilizó el método de clasificación de Dalenius y Hodges (1959).

3.4. COMPARACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA CON LA ACTUAL

La metodología actual clasifica las zonas teniendo en cuenta tres grupos de variables: vivienda, entorno y contexto urbanístico. La unidad de observación es el lado de la manzana. Y el estrato se le asigna a la manzana y no al predio. La nueva metodología propone un cambio fundamental al considerar como unidad de observación el predio y el lote donde se encuentra ubicado.

Para aplicar la metodología actual en las zonas urbanas, la Uaecd define *unidades espaciales de estratificación* (UEE) que consideran la intersección de las *zonas homogéneas físicas* (ZHF)²⁴ y las *zonas homogéneas geoeconómicas* (ZHG)²⁵. Estas variables se ponderan para obtener un puntaje que permite asignar el estrato socioeconómico a la manzana, pero no al nivel de predio.

²³ Este número de estratos respeta las disposiciones legales vigentes.

²⁴ Incluye topografía, uso del suelo, acceso a servicios públicos, estado y tipo de las vías.

²⁵ Incluye parques, centros comerciales, transporte, cuerpos de agua, contaminación auditiva, visual u olfativa.

El cuadro 8 compara las metodologías de la estratificación vigente y de la nueva.

La actual metodología de estratificación (decreto 551 de 2019 - Alcaldía de Bogotá 2019) combina información catastral, y datos en campo. La nueva metodológica sólo considera información catastral y secundaria.

Cuadro 8

Comparación de las metodologías de la estratificación actual y de la nueva estratificación

Metodología vigente	Nueva Metodología
<p>Unidad de observación: Lado de manzana</p> <p>Unidad de conformación: Manzana</p>	<p>Unidad de observación: Lote - Predio</p> <p>Unidad de conformación: Predio</p>
<p>Vivienda</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Tipo de garaje 2. Tamaño de frente 3. Tipo de techo 4. Diversidad de fachada 5. Tamaño de antejardín 	<p>Vivienda</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Área construida 2. Vetustez 3. Puntaje de cada unidad constructiva 4. Coordenada X (Ubicación del predio) 5. Coordenada Y (Ubicación del predio) 6. Tipología constructiva 2 7. Grupo de acabados principales 2 8. Interacción área construida y vetustez
<p>Entorno</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Tipo de vías 2. Tipo de andenes 	<p>Entorno</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Distancia a CAI 2. Distancia colegios públicos 3. Distancia a estación de Transmilenio 4. Distancia parque de bolsillo 5. Distancia parque vecinal 6. Distancia relleno sanitario Doña Juana 7. Distancia universidades públicas y privadas 8. Distancia Unidades de Reacción Inmediata y Unidades de Policía Judicial 9. Índice sintético de ZMPA y zonas de afectación por inundación
<p>Contexto urbanístico - Zona hábitat</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Dotación de servicios públicos 2. Uso del suelo 3. Topografía del terreno 	<p>Contexto urbanístico</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Área de actividad Central 2. Comercial y de servicios 1. Vecinal 3. Tratamiento urbanístico de 4. Consolidación 4. Tratamiento urbanístico de 5. Mejoramiento integral 5. Tratamiento urbanístico de 3. Renovación urbana 6. Topografía empinada

4. EL CRITERIO DE REFERENCIA PARA EVALUAR LA ESTRATIFICACIÓN

El criterio normativo que se ha tenido para determinar la bondad de cada modelo de estratificación es su acercamiento a variables proxy de la capacidad de pago o del bienestar de los hogares. Es fundamental discutir el punto de referencia que permita evaluar los errores de inclusión y exclusión de la estratificación. La línea de pobreza monetaria, la pobreza multidimensional, el Sisbén IV, el IMG, etc., son indicadores que, por su misma naturaleza, tienen muy poco que ver con las características de las viviendas. Cada una de estas medidas responde a criterios y objetivos específicos.

No se le puede pedir a la nueva estratificación que varíe al mismo ritmo que los componentes de la línea de pobreza. Los errores de inclusión y exclusión de los modelos dependen del parámetro de comparación. Se muestra la relación entre cada una de metodologías de estratificación y las variables proxy a la capacidad de pago y al bienestar de los hogares.

4.1. EL SISBÉN IV, LA LÍNEA DE POBREZA (LP) Y LA POBREZA MULTIDIMENSIONAL (PM)

Las características del Sisbén IV fueron definidas en el Conpes 3877 (DNP 2016)²⁶, buscando conciliar los criterios de estándar de vida, que habían prevalecido en los Sisbén I, II y III, con la presunción de ingreso²⁷. De acuerdo con el diagnóstico que se hace en el Conpes 3877 los errores de focalización del Sisbén III se explican, entre otras causas²⁸, porque la medición deja por fuera el ingreso²⁹. Para corregir este problema en el Sisbén IV se incluye el ingreso, aunque de una manera indirecta. Su cálculo se hace a través de la siguiente regresión cuantílica.

$$\ln y_i = X_i \cdot \beta_\tau + \mu_{\tau i}$$

$$Q_\tau((W_i|X_i)) = X_i \cdot \beta_\tau$$

²⁶ La secuencia de las políticas de focalización del gasto social se puede seguir en DNP (1994, 1997, 2001, 2006, 2008, 2016). Y, de manera específica, las modificaciones del Sisbén han sido: Sisbén I (DNP 1997), Sisbén II (DNP 2001), Sisbén III (DNP 2008), y Sisbén IV (DNP 2016).

²⁷ El Sisbén es un instrumento relevante de política económica. Lo utilizan, por lo menos, 20 programas sociales del gobierno nacional (DNP 2016, p. 12).

²⁸ Sobre las limitaciones del Sisbén ver, además, Ortiz, Pérez, Dueñas, González, Eslava y Revollo (2020).

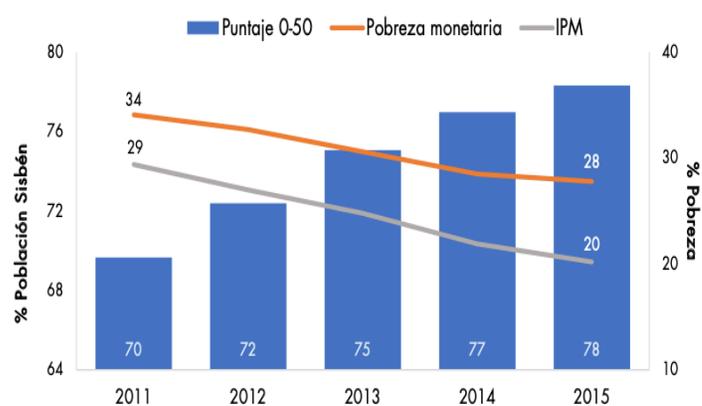
²⁹ La decisión de dejar por fuera el ingreso fue explícita, porque se buscaba tener una medida cercana al estándar de vida. Esta discusión se puede seguir en Cortés, Gamboa y González (1999 *a, b*), Gamboa, González y Cortés (2000), Vélez, Castaño y Deutsch (1999). En DNP (2016) no se propone una discusión conceptual sobre los inconvenientes derivados de un enfoque centrado en el estándar de vida.

La variable dependiente corresponde al ingreso per cápita del hogar, expresado en escala logarítmica. Las variables independientes X_i incluyen factores demográficos, mercado laboral, vivienda, tenencia de activos y salud. $\mu_{\tau i}$ es un término de error que captura todos los otros factores que podrían afectar, de manera no sistemática, a esta relación. β_{τ} es el vector de parámetros que permite predecir el ingreso de largo plazo a partir de la información de la base de Sisbén. A partir de la estimación de los ingresos de los hogares, se genera un índice con rango de variación entre 0 y 100. El cálculo se realizó con la Gran Encuesta Integrada de Hogares (Geih) de 2015. Con el Sisbén IV se busca una mayor cercanía a las condiciones de vida de los hogares.

La principal razón que tuvo el DNP para incluir en el Sisbén IV alguna noción de ingreso, fue la asimetría entre la evolución de la incidencia de la pobreza y el porcentaje la población con un puntaje Sisbén de 0,5.

Figura 6

Incidencia de la pobreza monetaria y multidimensional, y porcentaje de población con puntaje bajo en Sisbén III



Fuente: DNP (2016, p. 18)

La figura 6 es clara. Entre 2011 y 2015, la incidencia de la pobreza monetaria (LP) y multidimensional (PM) disminuye, pero el porcentaje de población con bajo puntaje de Sisbén III aumenta³⁰. Para el DNP este fenómeno tiene que ver con las limitaciones del Sisbén III, que no informa sobre el ingreso³¹.

De todas maneras, permanecen los problemas administrativos, que son complejos y que, sin duda, tienen mucho que ver con la asimetría en las tendencias

³⁰ Los componentes de Sisbén III son: **Salud:** i) Discapacidad permanente. ii) Adolescente con hijo. **Educación:** iii) Adultos con analfabetismo funcional. iv) Inasistencia escolar. v) Atraso escolar. vi) Niños trabajando. viii) Adultos con secundaria incompleta o menos. **Vivienda:** ix) Tipo de unidad de vivienda. x) Fuente de agua para consumo. xi) Tipo de conexión sanitario. xii) Exclusividad del sanitario. xiii) Material de los pisos. xiv) Material de las paredes. xv) Eliminación de basuras. xvi) Tipo de combustible para cocinar. xvii) Hacinaamiento. **Vulnerabilidad individual:** xviii) Número de personas en el hogar. xix) Tipo de jefatura. xx) Dependencia demográfica. xxi) Tenencia de activos. **Vulnerabilidad contextual:** xxii) Tasa municipal de mortalidad infantil. xxiii) Tasa municipal de homicidios. xxiv) Tasa municipal de cobertura neta en educación. xxv) Tasa municipal de usos de servicios de salud general dada una necesidad.

DNP (2016) pone en tela de juicio las ponderaciones de los componentes en el índice final.

³¹ "... que el índice Sisbén III no incluya medidas de ingreso de los hogares implica que la medición ha perdido eficiencia y pertinencia frente a los requerimientos actuales de política social. Los programas sociales no logran

intertemporales de las mediciones. Para un hogar es indiferente su ubicación en la línea de pobreza, pero sí es fundamental el puntaje Sisbén. La persona sabe muy bien cuáles son las implicaciones económicas que tiene salir del Sisbén, mientras que no conoce, ni le interesa saber, si es clasificada como pobre en la estadística. Para el hogar, la LP y la PM son asuntos que no le preocupan. En cambio, el puntaje Sisbén determina los subsidios que tocan directamente la calidad de su vida cotidiana.

La figura también es interesante porque muestra que, si el Sisbén III no refleja bien la pobreza, no se le puede pedir a la nueva estratificación que resuelva todos los problemas de inclusión y exclusión. Y mucho menos, que sea compatible con la lógica de cada una de las mediciones de bienestar, calidad de vida, pobreza, etc. Para evaluar la bondad de la nueva estratificación es fundamental escoger de manera adecuada el parámetro de referencia. De nuevo, los resultados sobre la “bondad” de la estratificación son muy distintos si la comparación se hace con la LP, la PM, el Sisbén III, o el Sisbén IV³².

4.2. EL ÍNDICE DE CAPACIDAD DE PAGO (CP) Y EL ÍNDICE DE BIENESTAR SOCIAL (IBS)

La *capacidad de pago* (CP) se explica en SDP (2012, 2017)³³. Si el espacio de las capacidades se amplía, aumentan las posibilidades de ejercicio de la libertad (Sen 1985). A partir de la definición de Sen (1999) de la de pobreza como “la carencia de una realización mínima de algunas capacidades”, es posible hacer la diferencia entre la pobreza como *privación de ingresos* y *carencia de capacidades*. Sen propone una estructura normativa para evaluar el bienestar de los ciudadanos en una sociedad que acepta la pluralidad y la diferencia. Para Sen, “la pobreza es absoluta en términos de las capacidades, pero relativa en términos del ingreso”.

Siguiendo la lógica propuesta por Engel, el hogar prioriza los bienes de consumo necesarios, y la participación de los bienes de lujo va aumentando con el ingreso. En SDP (2012), la capacidad de pago se define como la diferencia entre el ingreso observado en un hogar y el ingreso mínimo que garantiza la satisfacción de las necesidades básicas.

identificar con el Sisbén III a su población objetivo, definida por carencia de recursos, y pueden estar incurriendo en errores en la selección de beneficiarios. Esto conduce a que la política social pierda efectividad y no se logre una buena focalización del gasto social, entendiendo esta última como la identificación de los hogares que enfrentan mayores riesgos socioeconómicos de ser pobres (vulnerables)” (DNP 2016, p. 20).

³² La cobertura del Sisbén es significativa. Según la información disponible a marzo de 2020, en la ciudad de Bogotá había 2.496.235 personas encuestadas con Sisbén III y 2.692.405 con Sisbén IV.

³³ Ver, además, Economía Urbana (2015, 2019).

Para calcular el *índice de capacidad de pago* (ICP) es necesario comenzar con el *gasto mínimo en bienes básicos* (Gmbb), a partir de la “lista” de bienes que se consideran prioritarios para los hogares (Ver anexo 4). El ICP mide la capacidad de los hogares de acceder a bienes y servicios vía mercado, una vez ya se han cubierto las necesidades básicas. En las estimaciones se hace la diferencia entre bienes necesario, menos necesarios y de lujo (SDP 2017)³⁴.

El *índice de bienestar social* (IBS) es el promedio de los factores estandarizados - relacionados con las características del hogar, la vivienda y los servicios públicos - que se obtienen del análisis de correspondencias múltiples (Dane 2019 a).

$$IBS = \frac{\text{hogar} + \text{vivienda} + \text{sanitarias} + \text{fluctuaciones} + \text{dotación}}{5}$$

Es evidente que el ICP y el IBS responden a preocupaciones diferentes. Y por esta razón es impropio pretender que la nueva estratificación sea compatible con todos los indicadores relacionados con el bienestar.

4.3. LAS CLASES SOCIALES

Durante la primera década del siglo XXI la *clase media* ha adquirido relevancia teórica y práctica (López-Calva, Cruces, Lach y Ortiz 2014; López-Calva y Ortiz 2011). Se observa una preocupación creciente por conceptualizar, delimitar y medir la movilidad de la clase media. Se reconoce su importancia como motor de la demanda agregada. Y, además, se acepta que los ingresos de la clase media superan el nivel de *vulnerabilidad*. La clase media se caracteriza por “no ser vulnerable a caer en pobreza”.

La noción actual de la clase es más operacional que conceptual. Las reflexiones sobre el significado de la clase social están relacionadas con autores como Marx (1867) y Weber (1922). Para Marx la clase social tiene que ver con la posición que ocupa el individuo en la estructura productiva. Y su condición social “determina” la conciencia. Para Weber la clase social está relacionada con las oportunidades económicas, que determinan los ingresos en el mercado. Los miembros de la clase media son aquellos que poseen habilidades y educación.

³⁴ Los bienes necesarios son consumidos por al menos el 95% de la población. El grupo de bienes de confort está conformado por aquellos productos que son adquiridos por el 95% o más de los hogares con ingresos medios o altos. Y el grupo de bienes de lujo, se constituye a partir de los que son adquiridos por el 95% de los hogares con ingresos altos. Sobre capacidad de pago ver, además, Econometría (2008 a, b).

El Banco Mundial (López-Calva y Ortiz 2011) considera que los niveles de desarrollo económico de los países de la región llevan a redefinir la línea de pobreza hacia arriba, fijándola en el 2011 entre US\$3,20 y US\$5,50 personas día. Y la vulnerabilidad se mueve en el rango de US\$5,50 y US\$13 persona día. La clase media tiene ingresos que oscilan entre US\$13 y US\$70 persona día.

Los cambios en el ingreso están determinados por las variaciones del crecimiento y de la distribución. La relevancia de uno y otro depende de la coyuntura. En opinión de Kakwani, Khandker y Son (2004), para que el crecimiento favorezca la lucha contra la pobreza debe ir acompañado de políticas distributivas³⁵. En América Latina las variaciones de la pobreza han estado ligadas, principalmente, a la dinámica del PIB. La incidencia de las políticas distributivas ha sido mucho menor.

En Colombia entre 2013 y 2018, la reducción de la incidencia de la vulnerabilidad se explica en 0,8 puntos porcentuales por el crecimiento del PIB, y en 0,7 puntos por los cambios en la distribución. En Colombia se ha menospreciado la capacidad que tienen los impuestos para mejorar la distribución del ingreso y de la riqueza.

4.4. EL INDICADOR MULTIDIMENSIONAL DE FOCALIZACIÓN (IMF)

El *indicador multidimensional de focalización* (IMF) ha sido propuesto por ONU Hábitat (2015 *a, b, c*; 2016 *a, b*; 2017 *a, b*).

$$IMF = \frac{I - GE}{N}$$

I son los ingresos familiares disponibles. *GE* “es el conjunto de gastos específicos que merecen ser considerados como aquellos imprescindibles para una familia y que debe afrontar con los ingresos disponibles” (ONU Hábitat 2017 *a*, p. 6)³⁶. *N* es el número de los miembros de la familia. Pero no es la suma aritmética, porque incluye una escala de equivalencia, que depende de las “economías de escala” que se presentan al interior de la organización familiar. Por ejemplo, el consumo de alimentos de un niño no es igual al de un adulto (mediciones de consumo-equivalente).

³⁵ Para el caso colombiano, ver Sarmiento, González, Alonso, Angulo y Espinosa (2005).

³⁶ Los gastos específicos (GE) incluyen: “i) alquiler, ii) atención médica primaria, iii) asistencia de los miembros que están en condiciones de discapacidad, iv) crianza de los niños pequeños, en el caso que los genitores (o el único progenitor) trabajen, v) obligaciones legales con personas que no pertenecen a la unidad familiar (subsídios al ex cónyuge, costo de mantenimiento de los hijos, etc.), vi) obras de rehabilitación relacionadas con el saneamiento de la vivienda” (ONU Hábitat 2017 *a*, p. 7).

El IMF se construye a partir de variables de diferentes datos administrativos existentes: registro civil, catastro, información del Pila/Ruaf, SUI, Snies/Simat, información del registro para la localización y caracterización de personas con discapacidad, información del registro único de víctimas y del *registro único nacional de tránsito* (Runt).

Consciente de la complejidad de la implementación del IMF, ONU Hábitat (2017 a) acepta que, de todas maneras, se debe tener como referencia la información catastral³⁷ y, sobre todo, el VUI. Se reconoce, entonces, la complementariedad que existe entre la caracterización de la vivienda y del hogar³⁸. Y propone que el primer paso para llegar al hogar sea el catastro.

Además, el VUI corrige dos de los problemas que le critica ONU Hábitat al estrato³⁹. Uno es la imposibilidad de diferenciar entre predios. Esta dificultad se resuelve con el VUI que se calcula predio por predio. Y la segunda crítica es el desconocimiento que hace el estrato de las condiciones internas de la vivienda. Esta dificultad se soluciona parcialmente con el VUI cuando se le introducen las especificidades de la propiedad horizontal (PH).

Aunque el IMF pone el énfasis en el hogar, acepta que dadas las dificultades inherentes a la armonización de los registros administrativos, es oportuno tener como punto de partida las características de la vivienda expresadas a través del catastro. ONU Hábitat (2017 b, p. 26) es realista. Y reconoce que en las condiciones actuales "... los archivos administrativos están muy lejos de contener toda la información necesaria

³⁷ “[El IMF] ... se constituye en una importante fuente de información que debe ser complementada, dado que por sí sola no resuelve el problema administrativo de clasificar cada hogar de una manera coherente con su realidad específica. Para lograr este resultado, es necesario un sistema más complejo, que se resume como sigue: i) Una atribución de primera instancia, realizada, precisamente, sobre la base de los valores catastrales. ii) Un procedimiento por el que, en todos los casos en los que los valores catastrales den lugar a la asignación a un grupo superior al que resulta de los cálculos del IMF, las familias interesadas pueden solicitar una nueva asignación, al tiempo que se proporciona la información necesaria para el cálculo” (ONU Hábitat 2017, p. 9).

³⁸ “Como resultado de los avances realizados en las últimas décadas, especialmente en Bogotá, los datos catastrales tienen un alto nivel de fiabilidad (actualización, la cobertura, la adhesión a los valores de mercado, etc.) y la solidez metodológica; (8) y un alto grado de correlación con la capacidad económica de las familias. En particular, se puede suponer que el *valor unitario integral* del avalúo catastral (VUI) y el puntaje de la construcción logran explicar las características socioeconómicas de los hogares en alrededor de un 74%” (ONU Hábitat 2017 a, p. 9).

³⁹ “En Bogotá, los inmuebles, no se clasifican sobre la base de la información que les afecta de manera oportuna (uno por uno), sino de acuerdo a las características de las manzanas en las que se incluyen. Como consecuencia: i) El sistema no tiene en cuenta las variables características internas (por ejemplo, saneamiento) y ii) El tamaño (el número de metros cuadrados) de las viviendas” (ONU Hábitat 2017 b, p. 20)

para los cálculos del IMF”. Para superar estas limitaciones habría que buscar mecanismos como la declaración de renta universal y el empadronamiento⁴⁰.

Desde el punto de vista logístico, la aplicación del IMF exige superar la falta de concordancia que se presenta entre los contratos de suministro y la titularidad del consumo real” (ONU Hábitat 2017 *b*, p. 72)⁴¹.

4.5. LA COMPARACIÓN DE LA ESTRATIFICACIÓN CON LAS MEDIDAS DE BIENESTAR

Los errores de inclusión y exclusión se determinaron teniendo como telón de fondo este principio: *una estratificación es buena en la medida en que se acerque más a un proxy de bien-estar*. La comparación entre las dos metodologías de estratificación muestra que la nueva versión reduce de manera significativa los errores de inclusión y exclusión.

Cuadro 9

Comparación de la nueva estratificación (VUI) con medidas alternativas de bienestar – Hogares 2017 (CP) y 2019 el resto

Estrato	CP\$	IBS	CP%	LP%	LI%
1	978,802	0.75	40.9	23.8	8.3
2	1,191,000	0.79	29.4	17.6	6.5
3	1,463,633	0.81	20.6	12.4	4.6
4	2,048,997	0.85	10.1	8.2	3.4
5	3,888,345	0.91	0.9	4.3	3.2
6	6,065,254	0.93	0.4	3.7	3.5

CP\$ es el gasto promedio hogar mes. **IBS** es el índice de bienestar social. **CP** es el porcentaje de hogares sin capacidad de pago. **LP** es la incidencia de la pobreza monetaria. **LI** es la incidencia de la pobreza extrema.

Fuente: Cálculos propios

a 0,93. El porcentaje de hogares *sin capacidad de pago* (CP) disminuye de 40,9% a

La comparación del nuevo estrato con las diversas medidas de bienestar (cuadro 9) tiene dos características. Primera, la tendencia de las medidas va en la misma dirección que el estrato, tal y como se espera. Y, segundo, esta relación se presenta entre el estrato en todas las medidas alternativas de bienestar.

A pesar de que los propósitos de cada uno de los indicadores son diferentes, la tendencia de la nueva estratificación es compatible, *grosso modo*, con todos ellos.

El *gasto promedio* (CP\$) sube con el estrato. Pasa de \$978.802 hogar mes a \$6.065.254 hogar mes. El puntaje del *índice de bienestar social* (IBS) también crece, pasando de 0,75

⁴⁰ “... el punto focal del diseño del sistema completo es la introducción de un concepto básico en la cultura administrativa: el dato sobre la residencia del ciudadano. Este concepto permite dar valor y capacidad operativa a la planificación territorial municipal, motor del desarrollo económico y social, al integrar los datos esenciales de cada ciudadano y ciudadana con el dato esencial de su ubicación en un determinado territorio. Lo cual permite a cada ente controlar los eventos relacionados con sus residentes e integrarse en el sistema de circularidad” (ONU Hábitat 2017 *b*, p. 26).

⁴¹ La factura de los servicios públicos llega a nombre de algunos de los propietarios que ha tenido el inmueble. Y normalmente esta persona tiene muy poco que ver con quien usa y paga el servicio.

0,4%. La incidencia de la *línea de pobreza* (LP) se reduce de 23,8% a 3,7%. Y de la *línea de indigencia*, o *pobreza extrema* (LI), también baja de 8,3% a 3,5%.

En todos los casos hay problemas de inclusión. Eliminarlos completamente es imposible. Las tendencias muestran que la nueva estratificación discrimina *razonablemente* bien.

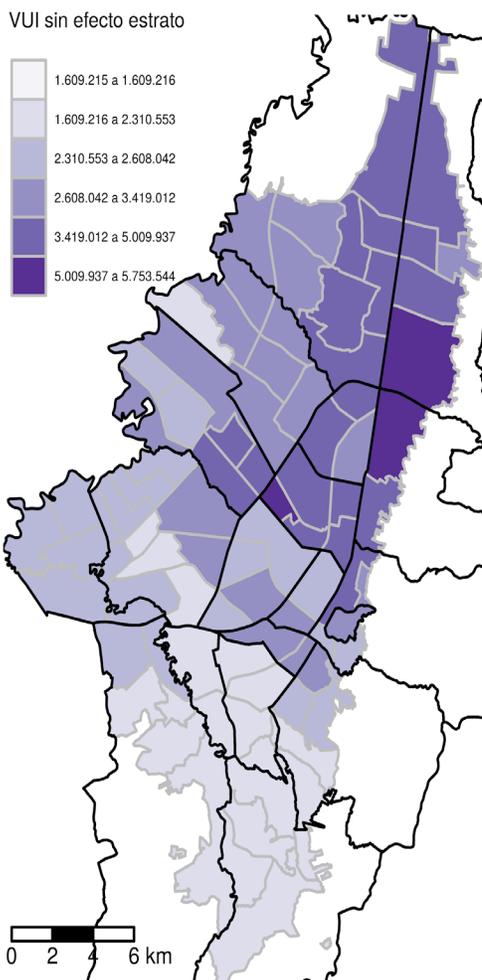
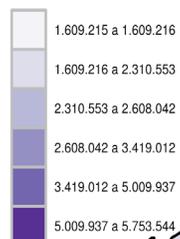
Estimamos otro *índice de capacidad de pago* (ICP*), definiéndola como la diferencia entre el gasto total y el gasto en alimentos. El ejercicio se hizo a partir de la encuesta multipropósito de Bogotá 2017 (EMB 2017). La unidad de análisis es la UPZ, y los resultados se presentan en el mapa 1.

Mapa 1

Comparación del VUI (2018) y del ICP* per cápita (2017)

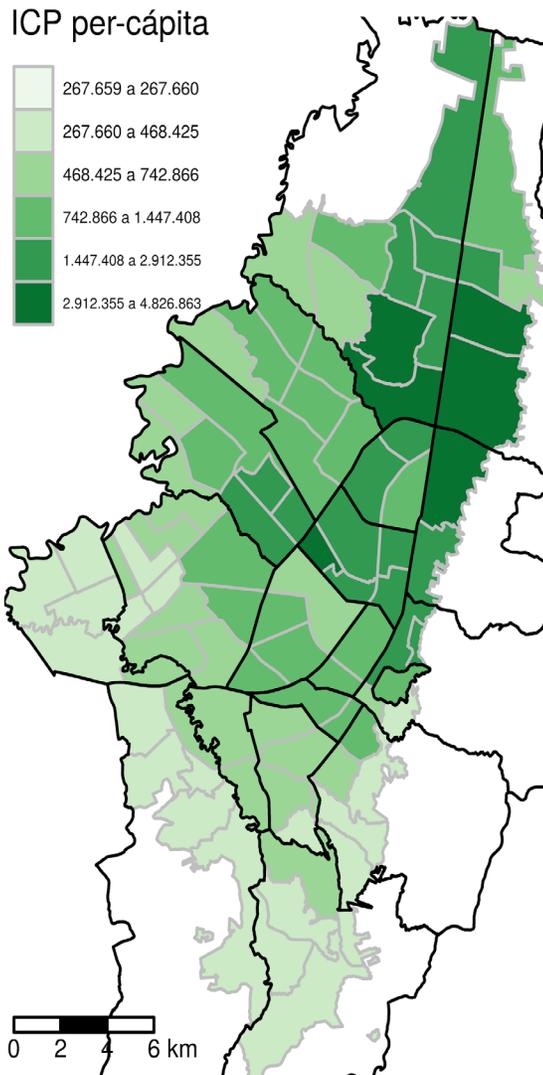
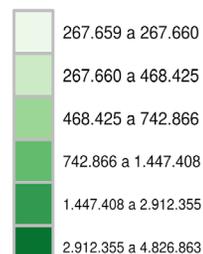
VUI

VUI sin efecto estrato



ICP* per cápita

ICP per-cápita



Fuente: Cálculos propios a partir de la Uaecd y la EMB (2017)

Con la información del VUI del 2018 y del ICP* del 2017, se estimó la correlación de Spearman. Efectivamente se presenta una alta correlación estadística (correlación de Spearman de 0,951) entre el VUI y el ICP*. Estos resultados van en la misma dirección de lo observado en el cuadro 9, y de las conclusiones de Sepúlveda, Gallego y López (2014). Los cálculos con la EMB 2011 dieron una correlación entre el VUI y

el ICP* de 0,67. Y con la EMB 2017 la correlación fue de 0,61. La relación entre las dos variables es razonablemente buena.

Cuadro 10

Comparación de los estratos con las clases sociales del Banco Mundial - Personas - 2019 (%)

En el cuadro 10 se hace un ejercicio similar al anterior. Se observa la incidencia, de acuerdo con las categorías del Banco Mundial. En general, la tendencia corresponde a lo esperado. Es difícil interpretar los resultados para la clase media, que se distribuye en todos los estratos.

Estrato	Pobre	Vulner.	Media	Alta
1	27,2	30,6	41,1	1,1
2	20,4	27,4	50,1	2,1
3	14,5	23,5	57,5	4,6
4	9,0	15,8	64,5	10,8
5	4,0	3,6	52,7	39,6
6	3,2	1,4	30,7	64,6

Fuente: Cálculos propios

5. ASPECTOS JURÍDICOS

El Constituyente primario de 1991 incorporó al Título XII Superior *Del Régimen Económico y de la Hacienda Pública*, el capítulo V “De la Finalidad Social del Estado y de los Servicios Públicos”. De esta manera, la estratificación socioeconómica legal se desprende de la Constitución Política, regulada por las leyes 142 de 1994, 505 de 1999, 689 de 2001 y 732 de 2002.

Los servicios públicos domiciliarios inherentes a la finalidad social del Estado. El artículo 365 constitucional concibe los servicios públicos domiciliarios como inherentes a la finalidad social del Estado, que debe garantizar su prestación eficiente a todos los habitantes del territorio nacional. Pueden prestarlos: el Estado (en forma directa o indirecta), las comunidades organizadas o los particulares. Frente a la diversidad de oferentes el Estado tiene las funciones de regulación, control y vigilancia.

Entre las finalidades sociales del Estado, el artículo 366 constitucional destaca, “el bienestar social y el mejoramiento de la calidad de vida de la población”. El objetivo fundamental de la acción estatal es “la solución de las necesidades insatisfechas de salud, educación, de saneamiento ambiental y de agua potable.” Para alcanzar esta meta, se eleva a rango constitucional la prioridad del gasto público social sobre cualquier otra asignación, “en los planes y presupuestos de la Nación y de las entidades territoriales”.

La ley 142 de 1994 (República de Colombia 1994) explica las características de la estratificación en término de costos, solidaridad y redistribución de los ingresos. De acuerdo con la norma, el propósito de los subsidios - otorgados por la Nación, los departamentos, los distritos, los municipios y las entidades territoriales - es "... que las personas de menores ingresos puedan pagar las tarifas de los servicios públicos domiciliarios que cubran sus necesidades básicas". El régimen tarifario debe responder a los criterios de solidaridad y redistribución de ingresos,

De acuerdo con la ley 142, la capacidad de pago de los usuarios es un indicador fundamental para decidir las modalidades que debe asumir la financiación. La norma reconoce de manera explícita que los estratos sociales más bajos no pueden cubrir el costo pleno de tales servicios. Por esta razón necesitan subsidios⁴². Y con una mirada ex-post, no hay duda de que estas ayudas han permitido aumentar de manera significativa las coberturas de los servicios públicos.

La ley 505 de 1999 (República de Colombia 1999), concordante con el art. 6 de la ley 732 de 2002, establece la obligación de mantener actualizadas las estratificaciones – urbana, de fincas y de viviendas dispersas en el área rural y de los centros poblados – . Bogotá ha realizado 8 actualizaciones de la estratificación urbana y han sido adoptadas mediante los decretos siguientes: 009 de 1997, 737 de 1999, 289 de 2002, 200 de 2004, 176 de 2007, 944 de 2009, 291 de 2013, 394 de 2017 y 551 del 12 de sep. de 2019.

La nueva estratificación se enmarca en la normatividad legal vigente.

⁴² La norma contiene datos sobre la evolución nacional de la cobertura de los servicios públicos domiciliarios, y advierte que los esfuerzos que se han hecho, no han sido suficientes. De aquí, plantea la tarea pública de ingentes inversiones, en los años subsiguientes, con el propósito de que los grupos sociales más pobres tengan acceso a los servicios básicos. Las cifras registradas son estas: "En 1938, 35 de cada 100 hogares urbanos disponían del servicio de energía, acueducto y alcantarillado, en ese año no existían acueductos rurales, 47 años después, en 1985, el 88% de hogares urbanos contaba con los tres servicios y la cobertura rural llegaba al 23% de las familias" (Exposición de motivos, ley 142. República de Colombia 1994, p. 3).

6. ANEXOS

6.1. ANEXO 1. VARIABLES POTENCIALES PARA LA ESTIMACIÓN DEL VUI

Después de eliminar las variables que tienen alguna relación con el estrato, quedaron las siguientes, que fueron probadas en el modelo.

Cuadro 11	
Variables potenciales para la estimación del VUI	
Variable	Descripción
Grupo 1: Distancias	
CAI	Distancia a Comando de Acción Inmediata – Policía (CAI)
CENTCOMERC	Distancia a centro comercial
COL_PRIV	Distancia a colegios privados
COL_PUB	Distancia a colegios públicos
ESTACTM	Distancia a estación Transmilenio
HOSP123	Distancia a hospitales
IN_MIL_POL	Distancia a instituciones militares y de policía
PKBOLSIL	Distancia a parque de bolsillo
PKMETROP	Distancia a parque metropolitano
PKVECIN	Distancia a parque vecinal
PKZONAL	Distancia a parque zonal
RSDJ	Distancia a Relleno Sanitario de Doña Juana
UNIVERS	Distancia a universidades públicas y privadas
URI_UPJ	Distancia a unidades de reacción inmediata y unidades de policía judicial
ZMPA	Distancia a zonas de manejo y preservación ambiental
COORDENADA_X	Coordenada X del lote donde se ubica el predio
COORDENADA_Y	Coordenada Y del lote donde se ubica el predio
Grupo 2: Conservación	
CONSERVACION_N	Conservación histórica
Grupo 3: Zona Homogénea Física	
ZHF_10_EST_VIA_BUENO	Estado de las vías 3. Bueno
ZHF_10_EST_VIA_EXC	Estado de las vías 4. Excelente
ZHF_10_EST_VIA_MALO	Estado de las vías 1. Malo
ZHF_10_EST_VIA_REG	Estado de las vías 2. Regular
ZHF_11_INF_VIA_LOCAL	Influencia de las vías 1. Vial local
ZHF_11_INF_VIA_ZO_IN	Influencia de las vías 1. Vial zonal o intermedia
ZHF_1213_21	Comercial y de servicios 1. Vecinal
ZHF_1213_22	Comercial y de servicios 1. Zonal
Grupo 4: Área de actividad	
AREA_ACT2	Área de actividad residencial
AREA_ACT4	Área de actividad comercial y de servicios
AREA_ACT5	Área de actividad central
AREA_ACT73	
Grupo 5: Grupo de acabados	
GA2	Grupo de acabados principales 2
GA3	Grupo de acabados principales 3
Grupo 6: Grupo de baños	
GB1	Grupo de baños 1
GB3	Grupo de baños 3
GB5	Grupo de baños 5

Grupo 7: Tipología constructiva	
Tip2	Tipología constructiva 2
Tip7	Tipología constructiva 7
Grupo 8: Uso	
USO_037	Habitacional menor a cuatro pisos PH
Grupo 9: Variables continuas	
AREA_CONSTRUIDA	Área construida del predio
DENSIDAD	Cantidad de unidades prediales por área del terreno
EDAD	Edad de la construcción predominante (vetustez)
I_PER_AVAL	Índice de percepción del evaluador
PUNTAJE	Puntaje de la construcción predominante
RELACION_AREA	Relación área construida sobre terreno
Grupo 10: Zona Homogénea Física	
ZHF_4_TRAT_CONSERV	Tratamiento urbanístico de 4. Conservación
ZHF_4_TRAT_CONSOL	Tratamiento urbanístico de 2. Consolidación
ZHF_4_TRAT_MEJ	Tratamiento urbanístico de 5. Mejoramiento integral
ZHF_4_TRAT_RENOV	Tratamiento urbanístico de 3. Renovación urbana
ZHF_6_TOPOG_EMP	Topografía empinada
ZHF_6_TOPOG_INCL	Topografía inclinada
ZHF_6_TOPOG_PLANA	Topografía plana

Fuente: Cálculos propios

6.2. ANEXO 2. CARACTERÍSTICAS DEL CECPH

Cuadro 12

Número de parqueaderos y depósitos disponibles por cada 10 unidades residenciales
Predios en PH - Nueva metodología

Estrato	Comunales		Visitantes		Privados		Depósitos	Sótanos	Semisótanos
	Cubiertos	Descubiertos	Cubiertos	Descubiertos	Cubiertos	Descubiertos			
1	0,32	1,46	0,00	0,03	0,07	0,09	0,02	0,00	0,00
2	0,16	2,16	0,01	0,09	0,24	0,44	0,03	0,01	0,00
3	0,40	1,88	0,02	0,12	0,77	0,61	0,05	0,01	0,00
4	0,66	1,38	0,11	0,21	2,31	1,19	0,65	0,03	0,01
5	0,99	0,65	0,37	0,39	6,00	1,24	2,36	0,11	0,04
6	2,00	0,25	0,93	0,52	10,37	0,52	5,30	0,26	0,04

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 13

Distribución porcentual de predios por número de porterías - Predios en PH - Nueva metodología

Estrato	Sin porteria	Una	Dos	Tres o más
1	32,13	63,5	0,76	3,61
2	16,24	71,96	9,25	2,55
3	14,06	73,73	9,07	3,15
4	12,73	74,37	9,46	3,43
5	9,68	77,35	10,73	2,24
6	8,91	78,27	10,84	1,98

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 14

Número y área de sistemas de seguridad, según estrato Predios en PH - Nueva metodología

Estrato	No	Si						Sistema de seguridad
		Tipo						
		Reja	Muro	Semi muro	Natural	Muro-reja	Otro	
1	34,03	87,01	0,33	0,06	0	12,60	0	42,73
2	29,37	72,95	0,20	0,05	0,48	24,82	1,50	57,53
3	23,65	65,34	0,85	0,26	0,97	31,94	0,63	59,45
4	26,83	69,10	1,48	1,41	0,76	26,08	1,17	57,64
5	42,74	59,72	3,95	2,80	2,27	29,76	1,49	47,63
6	66,54	41,12	5,25	6,09	2,94	41,81	2,78	26,82

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 15

Distribución porcentual, en los predios en PH, de puertas de acceso peatonal y vehicular
Nueva metodología

Estrato	Acceso peatonal			Acceso vehicular			Ascensor vehicular
	Mecánica	Eléctrica	Electrónica	Mecánica	Eléctrica	Electrónica	
1	23,74	33,95	23,14	48,25	16,90	4,81	0,00
2	50,37	27,16	17,80	61,45	14,49	10,26	0,18
3	36,01	34,99	26,19	48,99	23,48	15,95	1,57
4	27,67	43,23	26,18	40,18	33,50	18,76	0,10
5	28,54	51,30	18,45	30,43	44,78	21,80	3,40
6	35,48	48,28	12,13	21,98	54,29	18,52	5,48

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 16

Distribución porcentual de predios en PH según plantas o subestaciones eléctricas
Nueva metodología

Es- trato	Cuenta con planta eléc- trica	Posee subestación eléc- trica	Con ascensores Comu- nales	Con ascensores Exclu- sivos
1	7,04	52,31	7,17	0,00
2	7,37	33,91	3,40	0,00
3	4,56	49,16	13,84	0,03
4	13,37	64,93	49,11	0,68
5	24,34	71,28	56,61	0,55
6	45,96	71,36	56,57	3,04

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 17

Clasificación del lobby de los predios en
PH según estrato. Nueva metodología

Estrato	Sin Lobby	Con Lobby	Calificación Lobby		
			Alta	Media	Baja
1	80,12	19,88	0	0	100
2	61,89	38,11	5,19	3,74	91,07
3	57,44	42,56	7,12	5,03	87,85
4	50,79	49,21	20,03	15,17	64,8
5	38,43	61,57	30,18	18,99	50,83
6	25,97	74,03	39,2	21,08	39,72

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 18

Porcentaje de predios en PH con equipamientos recreativos
Nueva metodología

Estrato	Jardines interiores	Parque infantil	Salón comunal	Salón de juegos	Terraza
1	14,65	44,25	82,36	0	0,16
2	49,8	40,47	77,01	1,71	4,13
3	56,03	51,42	77,36	5,35	2,95
4	59,5	53,29	76,37	9,04	7,25
5	54,84	50,1	73,18	17,48	12,68
6	42,51	39,19	70,68	14,75	18,49

Fuente: Cálculos propios

Cuadro 19

Porcentaje de predios en PH con equipamientos tipo *club house* - Nueva metodología

Estrato	Sauna	Turco	Jacuzzi	Gimnasio	Zona BBQ	Sala de cine	Piscinas
1	0	0	0	0	9,5	0	0,34
2	0	0	0	3,65	12,25	0	0,56
3	0,13	0,16	0	8,71	16,52	0	2,61
4	2,88	1,79	0,12	13,49	18,45	0,14	3,65
5	7,53	5,12	3,61	29,04	22,76	0,57	8,02
6	12,97	9,23	4,36	39,39	23,06	1,05	8,38

Fuente: Cálculos propios

6.3. ANEXO 3. CLASIFICACIÓN DEL GASTO DE LOS HOGARES

Cuadro 20

Clasificación del gasto de los hogares según la encuesta EMB 2017

Alimentos	Salud	Bienes, servicios y vestuario
Gastos del hogar en alimentación y bebidas no alcohólicas	Pago por servicios médicos, vacunas, cirugías, hospitalizaciones, medicamentos	Servicio de peluquería, café internet, productos de aseo personal y servicios y Compra de ropa y calzado, reparación y servicio de la vandería
Vivienda	Transporte y comunicación	
Arriendos, cuotas, imputación de arriendo para propietarios que ya pagaron su vivienda, celaduría, cuotas de administración y mantenimiento en vivienda	Pasajes de transporte público, compra y/o reparación de vehículos y Servicio de internet, planes prepago y pospago en telefonía móvil, compra de celulares y computadores	
Servicios Públicos Domiciliarios	Educación, recreación y cultura	
Pago por los servicios de acueducto, alcantarillado, aseo, energía eléctrica y gas natural	Matrículas, uniformes, útiles escolares, transporte y alimentación escolar y Sostentamiento de mascotas, servicio de televisión, videojuegos, libros	

Fuente: EMB 2017

6.4. ANEXO 4. RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN ELES

Cuadro 21

Resultados de la estimación del modelo ELES

Ingresos y gastos - Nuevo estrato

Todos lo hogares

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio compensada	Elasticidad no precio compensada
Alimentos	155.498	0,092	311.355	253.165	0,501	-0,261	-0,170
Bienes servicios vestuario	7.640	0,045	83.335	55.074	0,908	-0,369	-0,324
Educación recreación	67.161	0,031	119.697	100.082	0,439	-0,190	-0,159
Salud	35.237	0,065	146.349	104.864	0,759	-0,330	-0,265
Spd	41.329	0,015	66.448	57.070	0,378	-0,154	-0,139
Transporte comunicación	93.525	0,064	203.087	162.181	0,539	-0,253	-0,188
Vivienda	119.931	0,199	458.702	332.219	0,739	-0,420	-0,221

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 22

Resultados de la estimación del modelo ELES Ingresos y gastos. Estrato 1, actual
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad in-precio compensada	Elasticidad no precio compensada
Alimentos	110.239	0,101	176.364	161.516	0,375	-0,177	-0,076
Bienes servicios vestuario	4.688	0,039	30.372	24.605	0,846	-0,222	-0,182
Educación recreación	21.870	0,022	36.545	33.250	0,402	-0,111	-0,088
Salud	12.527	0,047	43.488	36.535	0,712	-0,200	-0,152
Spd	21.390	0,019	33.631	30.882	0,364	-0,099	-0,080
Transporte comunicación	47.202	0,084	101.791	89.533	0,536	-0,194	-0,110
Vivienda	42.954	0,172	154.963	129.810	0,723	-0,306	-0,134

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 23

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 1, nuevo
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad in-precio compensada	Elasticidad no precio compensada
Alimentos	118.557	0,100	197.204	180.942	0,399	-0,174	-0,074
Bienes servicios vestuario	11.797	0,032	36.827	31.652	0,680	-0,168	-0,136
Educación recreación	22.276	0,030	45.677	40.839	0,512	-0,133	-0,103
Salud	23.523	0,042	56.915	50.011	0,587	-0,159	-0,116
Spd	31.602	0,017	45.122	42.327	0,300	-0,078	-0,061
Transporte comunicación	54.915	0,085	121.650	107.852	0,549	-0,189	-0,104
Vivienda	92.075	0,126	191.087	170.615	0,518	-0,219	-0,094

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 24

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 2, actual
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	117.194	0,092	196.365	175.419	0,403	-0,189	-0,097
Bienes servicios vestuario	10.196	0,034	39.580	31.806	0,742	-0,224	-0,190
Educación recreación	31.738	0,026	54.378	48.388	0,416	-0,134	-0,107
Salud	24.701	0,042	60.579	51.087	0,592	-0,192	-0,150
Spd	33.924	0,009	41.936	39.816	0,191	-0,059	-0,050
Transporte comunicación	69.225	0,064	124.871	110.149	0,446	-0,175	-0,110
Vivienda	108.168	0,110	202.894	177.833	0,467	-0,220	-0,110

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 25

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 2, nuevo
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	119.200	0,102	214.882	188.771	0,445	-0,211	-0,109
Bienes servicios vestuario	3.177	0,042	43.197	32.276	0,926	-0,285	-0,242
Educación recreación	36.423	0,023	58.444	52.434	0,377	-0,124	-0,100
Salud	22.644	0,050	69.887	56.994	0,676	-0,225	-0,175
Spd	34.824	0,017	50.468	46.199	0,310	-0,100	-0,083
Transporte comunicación	53.472	0,086	134.185	112.159	0,602	-0,236	-0,150
Vivienda	92.075	0,126	191.087	170.615	0,518	-0,219	-0,094

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 26

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 3, actual
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	160.876	0,090	301.227	257.527	0,466	-0,222	-0,132
Bienes servicios vestuario	-3.880	0,052	77.864	52.412	1,050	-0,362	-0,310
Educación recreación	74.545	0,025	114.119	101.797	0,347	-0,131	-0,105
Salud	43.711	0,050	121.919	97.568	0,641	-0,240	-0,190
Spd	53.648	0,009	67.088	62.903	0,200	-0,070	-0,062
Transporte comunicación	92.326	0,069	199.442	166.090	0,537	-0,224	-0,156
Vivienda	185.027	0,142	406.601	337.611	0,545	-0,287	-0,146

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 27

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 3, nuevo
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	132.400	0,093	241.146	208.374	0,451	-0,216	-0,123
Bienes servicios vestuario	-3.702	0,044	55.253	39.717	0,933	-0,313	-0,269
Educación recreación	42.896	0,032	80.497	69.165	0,467	-0,168	-0,136
Salud	30.525	0,048	86.264	69.466	0,646	-0,233	-0,185
Spd	39.703	0,011	53.021	49.007	0,251	-0,086	-0,075
Transporte comunicación	72.080	0,079	164.164	136.413	0,561	-0,234	-0,156
Vivienda	142.528	0,126	289.543	245.238	0,508	-0,259	-0,134

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 28

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 4, actual
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	304.005	0,069	542.447	465.084	0,440	-0,202	-0,133
Bienes servicios vestuario	27.386	0,043	177.843	129.027	0,846	-0,306	-0,263
Educación recreación	257.878	0,004	272.107	267.490	0,052	-0,021	-0,017
Salud	178.586	0,047	342.093	289.043	0,478	-0,195	-0,148
Spd	77.351	0,006	98.582	91.693	0,215	-0,076	-0,069
Transporte comunicación	181.653	0,053	365.035	305.536	0,502	-0,207	-0,154
Vivienda	535.918	0,111	921.720	796.546	0,419	-0,232	-0,121

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 29

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 4, nuevo
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	162.074	0,088	306.246	260.218	0,471	-0,225	-0,137
Bienes servicios vestuario	9.272	0,044	81.271	58.285	0,886	-0,315	-0,270
Educación recreación	82.814	0,026	124.501	111.192	0,335	-0,130	-0,104
Salud	41.337	0,055	130.869	102.285	0,684	-0,261	-0,206
Spd	46.983	0,010	62.493	57.541	0,248	-0,088	-0,078
Transporte comunicación	97.863	0,069	210.244	174.366	0,535	-0,228	-0,159
Vivienda	171.876	0,157	427.447	345.855	0,598	-0,318	-0,161

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 30

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 5, actual
Hogar

Grupo de rubros de gasto	de Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	384.947	0,067	690.980	610.842	0,443	-0,175	-0,108
Bienes servicios vestuario	72.300	0,036	236.453	193.468	0,694	-0,211	-0,175
Educación recreación	303.295	0,002	313.411	310.762	0,032	-0,011	-0,008
Salud	328.161	0,040	511.810	463.720	0,359	-0,130	-0,090
Spd	120.227	0,010	163.905	152.467	0,266	-0,079	-0,069
Transporte comunicación	267.657	0,038	440.855	395.501	0,393	-0,137	-0,099
Vivienda	773.075	0,145	1.440.087	1.265.424	0,463	-0,249	-0,104

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 31

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 5, nuevo
Hogar

Grupo de rubros de gasto	de Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad de ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	278.331	0,073	512.606	440.888	0,457	-0,203	-0,130
Bienes servicios vestuario	16.287	0,046	164.300	118.989	0,901	-0,309	-0,263
Educación recreación	223.565	0,009	253.412	244.275	0,118	-0,045	-0,036
Salud	147.596	0,052	315.367	264.008	0,532	-0,207	-0,154
Spd	72.461	0,008	99.745	91.393	0,274	-0,092	-0,083
Transporte comunicación	178.090	0,060	372.244	312.808	0,522	-0,210	-0,150
Vivienda	466.336	0,130	882.374	755.014	0,471	-0,255	-0,126

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 32

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 6, actual
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	585.420	0,038	825.742	767.060	0,291	-0,107	-0,068
Bienes servicios vestuario	63.817	0,029	246.648	202.004	0,741	-0,205	-0,176
Educación recreación	333.283	-0,003	312.902	317.878	-0,065	0,019	0,016
Salud	431.207	0,020	556.178	525.663	0,225	-0,074	-0,054
Spd	166.057	0,008	216.158	203.924	0,232	-0,064	-0,056
Transporte comunicación	286.182	0,038	520.969	463.639	0,451	-0,143	-0,106
Vivienda	1.515.635	0,155	2.482.883	2.246.698	0,390	-0,235	-0,080

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

Cuadro 33

Resultados de la estimación del modelo ELES
Ingresos y gastos. Estrato 6, nuevo
Hogar

Grupo de rubros de gasto	Intercepto	Ingreso per-cápita	Promedio del gasto	Gasto de subsistencia	Elasticidad ingreso	Elasticidad precio no compensada	Elasticidad precio compensada
Alimentos	392.794	0,062	696.769	600.963	0,436	-0,191	-0,129
Bienes servicios vestuario	68.289	0,035	241.371	186.820	0,717	-0,253	-0,218
Educación recreación	328.236	-0,003	313.695	318.278	-0,046	0,018	0,015
Salud	313.381	0,035	483.110	429.615	0,351	-0,142	-0,107
Spd	99.653	0,010	150.198	134.267	0,337	-0,115	-0,105
Transporte comunicación	248.095	0,045	467.897	398.620	0,470	-0,186	-0,141
Vivienda	722.646	0,165	1.529.609	1.275.273	0,528	-0,304	-0,139

Fuente: Cálculos propios a partir de la EMB 2017

6.5. ANEXO 5. TEORÍA DE LOS MODELOS LINEALES GENERALIZADOS

Presentación general

A partir de la década de los 80s, se ha implementado y formalizado el uso de métodos estadísticos para abordar el problema de análisis de datos con variables respuesta relacionadas con conteo, proporción, proporción continua, tiempos de falla. o algún otro tipo de respuesta medida en una escala continua, pero que no se ajusta a una distribución gaussiana - normal-. Y en estos casos no es posible hacer transformaciones para ajustarse a la normalidad. Entre estas distribuciones se destacan: Poisson para conteos, Binomial para proporciones, Beta para proporciones continuas y Gamma para tiempos de falla y fuerte asimetría entre los datos.

En este tipo de información la varianza, al ser una función de la media (en el caso de las distribuciones Poisson, Binomial y Gamma, particularmente), no puede ser a constante, como sucede con datos que sí responde a una distribución normal. No es conveniente, entonces, tratar de estabilizar la varianza y hacerla constante, a través de procedimientos como mínimos cuadrados ordinarios. Por las características de la información, este camino no es adecuado. Es recomendable analizar este tipo de datos con modelos lineales generalizados (MLG) y modelos con presencia de sobredispersión (MS), permitiendo que los datos sean estudiados en “su ambiente natural”.

A continuación, se explican tanto las características de la regresión clásica, que responden a una distribución normal, como los modelos de sobre dispersión representados como MLG y MS⁴³.

El soporte teórico de los modelos MLG es la familia exponencial (Nelder y Wedderburn 1972). Esta aproximación fue la que se utilizó para estimar la nueva estratificación a partir del VUI⁴⁴. Los autores mostraron que una serie de técnicas estadísticas comúnmente usadas por separado pueden ser formuladas de una manera unificada como una clase de modelos de regresión. Tuvieron el mérito de unificar una teoría que hasta ese momento estaba dispersa, y al conjunto le dieron el nombre de modelos

⁴³ Se han seguido los desarrollos teóricos de Cordeiro (1986); Cordeiro y Demétrio (2011); Dobson (2008); McCullagh y Nelder (1989); Melo, López y Melo (2020); Montgomery Vining y Robinon (2010); Myers, Montgomery y Vining (2002); Myers,; Nelder y Wedderburn (1972). En la aplicación de estos ajustes para el modelo final de estratificación se hizo uso del paquete R (R Core Team 2020).

⁴⁴ Además, de las distribuciones mencionadas anteriormente, hacen parte de esta familia las distribuciones binomial negativa, normal inversa, multinomial, beta, logarítmica, Rayleigh. El concepto de familia exponencial fue introducido por Fisher en la segunda década del siglo pasado, pero los modelos para distribuciones de la familia exponencial aparecen a finales del siglo XIX y fueron desarrollados por Maxwell, Boltzmann y Gibbs (Melo, López y Melo 2020).

lineales generalizados (MLG). Estos modelos incluyen una variable respuesta univariada, las variables explicativas y una muestra aleatoria de n observaciones independientes. Se puede usar cuando se tiene una única variable aleatoria y asociada a un conjunto de variables explicativas x_1, x_2, \dots, x_p . Para una muestra aleatoria de n observaciones y_i, X_i , en el que $X_i = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ es un vector columna asociado con las variables explicativas. Este MLG tiene tres componentes: aleatorio, sistemático y la función de enlace.

Componente aleatorio

Este componente está representado por un conjunto de variables aleatorias independientes Y_1, Y_2, \dots, Y_n , procedentes de una misma distribución, y hacen parte de una familia de distribuciones (familia exponencial) con medias $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$. Es decir, se cumple que

$$E(Y_i) = \mu_i, i = 1, 2, \dots, n$$

la función de densidad de probabilidad de Y_i es expresada en la forma de familia exponencial, siguiendo a Cordeiro (1986) y Cordeiro y Demétrio (2011):

$$f(Y_i, \theta_i, \Phi) = \exp\{\cdot\}$$

siendo $\Phi > 0$, es un parámetro de dispersión, a θ_i se le conoce como parámetro canónico. $b(\cdot)$ es una función conocida y, además, se cumple que $E(Y_i) = \mu_i = b'(\theta_i)$ y, además, la $var(Y_i) = \Phi b''(\theta_i) = \varphi V$. En este caso $b'(\theta_i)$ es la primera derivada y $b''(\theta_i)$ es la segunda derivada.

Adicionalmente, se satisface $V_i = V(\mu_i) = d\mu_i/d\theta_i$. Es la función varianza que depende de la media μ .

Estos ejercicios permiten incorporar información a través de los datos, discretos o continuos, que presentan asimetría.

Componente sistemático

Las variables independientes entran como una sumatoria lineal,

$$\eta_i = \sum_{j=1}^p X_{ij}\beta_j = X_i^t \beta$$

la matriz $X_i = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ incluye las variables predictoras, y $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^t$ es el vector de parámetros desconocidos y, además, se tiene que $\eta = X^t \beta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)^t$ es el predictor lineal.

Función de enlace

La función relaciona las partes aleatorias y sistemáticas. Vincula la media con el predictor lineal, a saber, $\eta = g(\cdot)$, en el que $g(\cdot)$ es una función monótona y diferenciable.

Los parámetros θ_i inciden en $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$, de tal forma que una combinación lineal del vector de parámetros de β , sea igual a alguna función de los valores esperados de Y_i . En el ejercicio empírico se tiene que conjugar el trinomio: i) distribución de la variable respuesta, ii) matriz del modelo y iii) función de enlace.

Si $\theta = \mu$ se llega al modelo clásico de regresión lineal bajo la distribución normal gaussiana.

La escogencia de la distribución en el componente aleatorio depende de la naturaleza de los datos (discreta o continua) y del intervalo de variación de los mismos. La selección de la matriz del modelo caracterizada como $X = \{x_{ij}\}$ de dimensiones $n \times p$ es de rango completo, ya que x_{ij} puede representar la presencia o ausencia de los niveles de un factor predictor, o también puede ser el valor de una covariable.

La escogencia de la función de enlace guarda relación con el problema particular y la naturaleza de los datos. En teoría, cada observación puede tener una función de enlace diferente. Si satisface $g(\mu_i) = \theta_i = \eta_i$, permite modelar el parámetro canónico θ_i . Esta función se conoce como de enlace canónica.

La formulación de los modelos

El punto de partida es la distribución de probabilidad de la variable respuesta (VUI), de las variables explicativas, y de la función de enlace. El modelo más adecuado es de tipo Gamma, ya que los datos son asimétricos, y la respuesta de interés es continua. En este tipo de distribución la varianza es mucho mayor que la media. Los modelos Normal Inversa y Binominal Negativa resultaron menos buenos.

En los modelos clásicos de regresión, la función de enlace es la identidad, ya que los valores esperados y los predictores lineales pueden tomar cualquier valor en los nú-

meros reales. En el análisis de la información se encontró que había efectos sistemáticos multiplicativos que incidían en la media de los datos. Se consideró apropiado utilizar una función de enlace tipo logarítmico, que es compatible con efectos aditivos.

Un MLG es una buena representación de los datos cuando explica la relación entre la varianza y la media en forma satisfactoria, y se producen efectos aditivos en la escala definida por la función de enlace. Un modelo parsimonioso es el ideal, ya que permite reducir, hasta donde sea posible el número de parámetros.

Modelo Gamma

Si la variable respuesta Y tiene una distribución Gamma $G = f(\mu, \phi)$, con parámetros positivos μ, ϕ . La función de densidad de probabilidad es

$$f(y, \mu, \phi) = \frac{(\phi/\mu)^\phi}{\Gamma(\phi)} Y^{\phi-1} \exp\left(-\frac{\phi Y}{\mu}\right), Y > 0$$

Esta distribución tiene media μ y coeficiente de variación $\sqrt{\phi}$.

El modelo Gamma es usado en el análisis de datos continuos no negativos que presentan una variación creciente con respecto a la media. La aproximación es adecuada cuando el coeficiente de variación de los datos es aproximadamente constante. También se aplica en la estimación de los componentes de la varianza asociados a modelos mixtos, o de efectos aleatorios.

Si $\sqrt{\phi}$ es pequeño se obtienen este tipo de aproximaciones.

$$E[\log(Y)] \approx \log(\mu) - \frac{\phi}{2}$$

$$\text{Var}[\log(Y)] \approx \phi$$

Cuando se usa el modelo $G(\mu, \phi)$ con función de enlace $g(\cdot)$, se puede construir un modelo normal alternativo de varianza constante ϕ , y función de enlace $g[\exp(\cdot)]$, aproximada al logaritmo de los datos. La varianza puede ser estimada después de ajustar el modelo normal, $\text{Var}[\log(Y)] \approx \phi$.

Algoritmo de estimación

Existen varios métodos que son usados para la estimación de los parámetros. El método de Máxima Verosimilitud (MV), es el más adecuado. En particular, por sus propiedades asintóticas. Si las observaciones son analizadas y representadas por el vector $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, el algoritmo de la función de verosimilitud para el vector de parámetros β , se define $l(\beta) = l(\beta, y)$, y se tiene que

$$l(\beta) = \sum_{i=1}^n l_i(\theta_i, \phi, y_i) = \phi^{-1} \sum_{i=1}^n [y_i \theta_i - b(\theta_i)] + \sum_{i=1}^n C(y_i, \phi)$$

$$\theta_i = q(\mu_i), \mu_i = g^{-1}(\eta_i), \eta_i = \sum_{j=1}^p x_{ij} \beta_j$$

Por la regla de la cadena se deriva $U(\beta) = \partial l(\beta) / \partial \beta$ de dimensión p , donde de manera específica

$$U_\tau = \phi^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_i) \frac{1}{V_i} \frac{d\mu_i}{d\eta_i} x_{ij}$$

Recordando que $\mu_i = b'(\theta_i)$ y que $V_i = d\mu_i / d\theta_i$, variando $j = 1, 2, \dots, p$.

La estimación MV para el vector de parámetros β se obtiene igualando U_τ a cero. En general, estas ecuaciones son no lineales y deben ser resueltas por métodos numéricos tipo Newton-Raphson.

Teniendo en cuenta que se desea resolver el sistema de ecuaciones no lineales: $U(\beta) = \partial l(\beta) / \partial \beta = 0$. Y de acuerdo con la solución multivariada del método Newton-Raphson

$$\beta^{m+1} = \beta^m + (J^m)^{-1} U^m$$

en el que β^m y β^{m+1} son los vectores de parámetros en la etapa m y $m + 1$, respectivamente. U^m es conocido como el vector de *scores* evaluado en el paso m y $(J^m)^{-1}$ es la matriz inversa de segundas derivas de la función de verosimilitud $l(\beta)$ con elementos $\partial^2 l(\beta) / \partial \beta_j \partial \beta_s$ evaluadas en el paso m .

Hay otros algoritmos de cálculo basado en los *scores* de Fisher, que son una herramienta más generalizada de cálculo para las estimaciones de β . El método involucra la sustitución de la matriz de segundas derivadas parciales. Así que se sustituye la matriz de información observada J por la matriz de información esperada de Fisher K , a saber:

$$\beta^{m+1} = \beta^m + (k^m)^{-1}U^m$$

Varios *softwares* estadísticos utilizan el algoritmo iterativo de los *scores* de Fisher para calcular los estimadores de MV. Se destacan principalmente R, S-Plus, SAS, Spss, GenStat y Matlab. Para el ajuste de los modelos utilizados para estimar la nueva estratificación sólo se utilizó R.

Intervalos de confianza asintóticos para los parámetros β : específicamente un intervalo de confianza del 95% para $\widehat{\beta}_\tau$,

$$\widehat{\beta}_\tau \pm 1,96[\widehat{var}(\beta_\tau)]^{\frac{1}{2}}$$

El proceso de estimación de los parámetros de regresión en los MLG es iterativo y se tienen criterios de convergencia hasta cuando se satisface que $\widehat{\beta}^m = \widehat{\beta}^{m+1}$. Finalmente, el estimador de máxima verosimilitud es $\widehat{\beta} = \widehat{\beta}^{m+1}$. Un principio utilizado ampliamente para determinar la convergencia de los estimadores es suponer un número positivo tendiendo a cero, de tal forma que se cumpla:

$$\sum_{i=1}^p \left(\frac{\beta_j^{(m+1)} - \beta_j^m}{\beta_j^m} \right)^2 < \zeta$$

Este criterio de convergencia es bastante robusto y, por lo general, converge rápidamente.

Desde el punto de vista de la decisión acerca de la estimación final de los parámetros en el modelo, es más usual que se tenga como criterio de convergencia la expresión basada en los desvíos:

$$|desvío^{m+1} - desvío^m| < \zeta$$

Inferencia

La etapa de inferencia tiene como objetivo principal verificar la adecuación del modelo como un todo, y examinar de manera detallada las discrepancias locales. Si esas discrepancias fueran significativas podría llevar a que se escoja otro modelo o en aceptar que hay presencia de observaciones aberrantes o puntos influyentes. En cualquier caso, toda la metodología de ajuste debe ser repetida.

Además, se verifica la precisión y la interdependencia de las estimaciones, se construyen regiones de confianza y pruebas de hipótesis sobre los parámetros de interés, y se lleva a cabo un análisis exhaustivo de los residuales.

Se analiza un gráfico de los residuales estandarizados versus los valores ajustados del modelo: si no se evidencia tendencia es un indicio de que la relación propuesta entre varianza y media para los datos funciona y es satisfactoria. También es útil el gráfico de los residuos versus las variables explicativas del modelo, con el fin de precisar el mínimo número de variables explicativas. Si una variable adicional no cambia la estimación y la tendencia, es redundante y se elimina. De esta manera se ajuste el modelo de forma que sea parsimonioso. Se pueden detectar observaciones con errores grandes, bien sea porque los residuales son grandes y los puntos de *leverage* son pequeños, o porque los residuales son pequeños y los puntos de *leverage* son grandes⁴⁵.

Para verificar el ajuste en MLG, se adoptó el criterio de la razón de verosimilitud entre el modelo saturado y ajustado. La estadística de prueba es la de Pearson Generalizada. La parte inferencial en MLG está basada en resultados asintóticos, que no tienen ningún tipo de problemas teóricos. En este caso, porque el tamaño de muestra es suficientemente grande.

Los malos ajustes del modelo se pueden dar por diversas razones. i) Inclusión de variables explicativas redundantes. ii) Ausencia de variables explicativas relevantes. iii) Número de observaciones insuficiente, que impiden detectar fallas en el ajuste.

Selección del modelo

Se examinaron varias alternativas, con el fin de seleccionar el modelo más adecuado. El algoritmo para ajustar un MLG se debe aplicar a un conjunto amplio de modelos que sea relevante, dada la naturaleza de las observaciones que se están analizando. Además de estudiar los datos brutos, se debe considerar algún tipo de transformación, $z = h(y)$. El problema central es la escogencia de la función de escala $h(\cdot)$. En los modelos clásicos de regresión la transformación $h(\cdot)$ busca satisfacer los supuestos de normalidad, varianza constante y aditividad. De todas maneras, no existe ninguna garantía de que la transformación que se proponga satisfaga plenamente los supuestos del modelo.

Un resultado importante en la selección del modelo final es la escogencia apropiada de las variables independientes. De m variables exploratorias iniciales se debe llegar

⁴⁵ La inspección gráfica es una herramienta poderosa en el ajuste de los MLG y fue de gran importancia en la implementación de los modelos.

a p , de tal forma que $p < m$. Y de esta manera el modelo final se hace más parsimonioso. Se pueden utilizar procedimientos secuenciales de selección de variables (*stepwise*), o se comparan alternativas de modelos óptimos.

Distribución de los estimadores de los parámetros

En los modelos clásicos de regresión bajo normalidad, se tiene como función de enlace la identidad y, además, la distribución de las estimaciones de los parámetros y de las estadísticas empleadas para verificar la calidad del ajuste del modelo a los datos son determinadas de forma exacta. Pero en los MLG es difícil tener este tipo de distribuciones porque todos los resultados son asintóticos, y dependen de algunas condiciones de regularidad y del número de observaciones independientes. Las condiciones de regularidad que garantizan esos resultados son verificables en MLG.

Algunas propiedades para el vector de estimaciones $\hat{\beta}$ son las siguientes: i) el estimador $\hat{\beta}$ es asintóticamente insesgado, ii) la matriz de varianzas-covarianzas de los estimadores cuando se tiene tamaño de muestras grandes es

$$\text{cov}(\hat{\beta}) = E \left\{ [(\hat{\beta}) - \beta][(\hat{\beta}) - \beta]^t \right\}$$

teniendo en cuenta que si K es la matriz de información de Fisher, entonces la matriz de varianzas-covarianzas para el vector de parámetros es $\text{cov}(\hat{\beta}) = K^{-1}$ y, iii) para muestras grandes se satisface la siguiente aproximación asintótica:

$$[(\hat{\beta}) - \beta]^t K [(\hat{\beta}) - \beta] \sim X_p^2$$

O en forma equivalente se satisface que $\hat{\beta} \sim N_p(\beta, K^{-1})$. Es decir, $\hat{\beta}$ tiene distribución asintótica normal. El resultado es importante para la construcción de los intervalos de confianza para estos estimadores. Además, es el punto de partida tomar decisiones sobre las hipótesis acerca de los parámetros del modelo.

Un resultado importante en los MLG es la función desvío, que se aplica en el diagnóstico del modelo.

Función desvío y estadística de Pearson

El ajuste de un modelo a un conjunto de datos se puede considerar como una manera de sustituir las observaciones, como y , por un conjunto de valores estimados $\hat{\mu}$, buscando siempre que el modelo tenga un número relativamente pequeño de parámetros (parsimonioso). Se examina la discrepancia entre las observaciones y y de los $\hat{\mu}$, buscando el modelo con menor discrepancia.

El problema principal de la selección de variables explicativas es determinar la utilidad de un parámetro adicional, o verificar la falta de ajuste inducida por la omisión de algunas variables. Nelder y Wedderburn (1972) proponen la medida de discrepancia de la función desvío (*deviance*) que se define como:

$$S_p = 2(\hat{l}_n - \hat{l}_p)$$

Siendo \hat{l}_n y \hat{l}_p el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo completo, y el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo parsimonioso. Al hacer algunos reemplazos de la función de verosimilitud se llega a la expresión

$$S_p = \phi^{-1} D_p = 2\phi^{-1} \sum_{i=1}^n \{y_i(\tilde{\theta}_i - \hat{\theta}_i) + [b(\hat{\theta}_i) - b(\tilde{\theta}_i)]\}$$

siendo $\tilde{\theta}_i = q(y_i)$ y, además, $\hat{\theta}_i = q(\mu_i)$ son los estimadores de máxima verosimilitud (EMV), de los parámetros en los modelos saturado y de investigación (parsimonioso).

De allí se sigue (McCullagh y Nelder 1989; Dobson 2008) que

$$S_p = \phi^{-1} \sum_{i=1}^n d_i^2$$

d_i^2 mide las diferencias de los logaritmos de la función de verosimilitud observada y ajustada. Se denomina componente desvío, y la suma mide la discrepancia total entre los dos modelos en la escala logarítmica de la verosimilitud. Es decir, mide la discrepancia entre el modelo de investigación (modelo parsimonioso) y el modelo saturado, que reproduce las observaciones. Se satisface, entonces,

$$S_p = 2\hat{l}_n - 2\hat{l}_p$$

Con estos resultados se sigue que un modelo bien ajustado a los datos tiene una verosimilitud grande y un desvío pequeño. A medida que entran variables explicativas, el desvío decrece y se hace cero en el modelo saturado. Para tener un estadístico de prueba, se define el número de grados de libertad del desvío del modelo como $gl = n - p$. Es la diferencia entre el número de observaciones, y el rango de la matriz del modelo conocido como modelo final o modelo de investigación.

El modelo final de estratificación ajustado como un modelo Gamma tiene como función desvío la expresión siguiente:

$$D_p = \sum_{i=1}^n \left[\log \left(\frac{\hat{\mu}_i}{y_i} \right) + \frac{y_i - \hat{\mu}_i}{\hat{\mu}_i} \right]$$

Para llevar a cabo la prueba de hipótesis de la adecuación del modelo, el valor calculado del desvío - con $n - p$ grados de libertad, y con p como el rango de la matriz del modelo final de investigación -, se debe comparar con el percentil de una distribución de probabilidad de referencia. En general, estos resultados son aproximaciones asintóticas de tal forma que se va a tener como estadístico de prueba:

$$S_p = \frac{D_p}{\sigma^2} \sim X_{n-p}^2$$

En la práctica, basta con comparar si S_p es inferior a un valor crítica de la distribución Chi-cuadrado con grados de libertad $n - p$, y un nivel del significancia α

$$S_p = \phi^{-1} D_p \leq X_{n-p, \alpha}^2$$

El resultado indica que el modelo propuesto es adecuado.

Prueba de hipótesis

Los métodos de inferencia en MLG se basan fundamentalmente en la teoría de MV, que propone tres estadísticos para la realización de las pruebas de hipótesis para los parámetros β : i) la razón de verosimilitud, ii) la estadística de Wald y iii) la estadística de *score*. Las tres son asintóticamente equivalentes.

Bajo la hipótesis nula H_0 y suponiendo que el parámetro de dispersión es conocido, los tres estadísticos convergen a una distribución X_p^2 . Cualquiera de los tres puede ser apropiado dependiendo la hipótesis planteada. Si se opta por un único coeficiente β_τ

es recomendable hacer uso del estadístico de Wald. Si la hipótesis involucra varios coeficientes, la razón de verosimilitud es generalmente preferida.

Si la hipótesis nula es $H_0: \beta = \beta_0$ en un MLG, suponiendo que se conoce el parámetro de dispersión, y donde β_0 es un vector especificado para un conjunto de parámetros β , los tres estadísticos de prueba para la hipótesis nula son:

$$\text{Razón de verosimilitud: } w = l(\hat{\beta}) - l(\widehat{\beta}_0)$$

$$\text{Estadístico de Wald: } w = (\hat{\beta} - \beta_0)^t \widehat{K} (\hat{\beta} - \beta_0)$$

$$\text{Estadístico de } score: S_\tau = U(\beta_0)^t K_0^{-1} U(\beta_0)$$

$l(\hat{\beta})$ y $l(\widehat{\beta}_0)$ son los valores del logaritmo de la función de verosimilitud calculada en $\hat{\beta}$ y $\widehat{\beta}_0$. $U(\beta_0)$ y K_0 son los vectores *score* y la matriz de información evaluados en β_0 . \widehat{K} es la matriz de información evaluada en la EMV de $\hat{\beta}$.

Regiones de confianza

Si el parámetro θ es conocido o estimado, a partir de un conjunto de datos previamente seleccionados, se puede construir regiones de confianza asintóticas para β_1 , y para ello se puede utilizar cualquiera de los tres estadísticos mencionados. Partiendo de la razón de verosimilitud, una región de confianza para β_1 con un coeficiente de confianza $100(1 - \alpha)\%$, incluidos todos los valores de β_1 , tales que

$$2[l(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2) - l(\beta_1 - \widetilde{\beta}_2)] < X_{q,1-\alpha}^2$$

donde $\widetilde{\beta}_2$ es el EMV para β_2 . Se termina si la relación pertenece al intervalo $X_{q,1-\alpha}^2$, con q grados de libertad, que corresponde a un nivel de significancia de $100(\alpha)\%$.

Usando la estadística de Wald, una región de confianza para β_1 con un nivel de confianza de $100(1 - \alpha)\%$, incluye los valores de β_1 que satisfacen

$$(\widehat{\beta}_1 - \beta_1)^t \text{cov}(\widehat{\beta}_1)^{-1} (\widehat{\beta}_1 - \beta_1) < X_{q,1-\alpha}^2$$

Este intervalo fue empleado en el desarrollo del nuevo modelo de estratificación.

Prueba de bondad de ajuste

La comprobación de la bondad de ajuste del modelo propuesto se tiene una medida global de la variación explicada obtenida a partir del cálculo del Pseudo R_f^2 , que se calcula:

$$R_f^2 = \tau_i^2[\hat{\eta}, g(Y)] \text{ con } 0 \leq R_f^2 \leq 1$$

donde τ_i hace referencia la coeficiente de correlación entre $\hat{\eta}$ y $g(Y)$. Cuando $R_f^2 \approx 1$ hay evidencia clara de una alta correlación entre $\hat{\eta}$ y $g(Y)$. Y, por tanto, entre $\hat{\mu}$ y y .

Otra medida de bondad de ajuste que tiene un papel análogo a la suma de cuadrados residual de los modelos lineales generales clásicos es

$$R_{II}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\eta_i - \hat{\eta}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\eta_i - \hat{\eta})^2} \frac{\eta - 1}{\eta - q}$$

$$\eta_i = X_i^t \beta \text{ y } \hat{\eta}_i = X_i^t \hat{\beta}$$

Selección de variables

En la práctica es difícil seleccionar un conjunto de variables explicativas para la construcción final de un modelo parsimonioso. El problema es definir la conveniencia de incluir una variable adicional. Un criterio es de Akaike (1974), que sigue el principio $AIC_p = -2\hat{l}_p + 2l_p$. Otro criterio es de Bayes, determinado como $BIC_p = -2\hat{l}_p + p \log(n)$ que fue propuesto por Schwarz (1978).

En el caso de estudio, que son los MLG, estos dos criterios son calculados como $AIC_p = S_p + 2p - 2\hat{l}_n$ y $BIC_p = S_p + p \log(n) - 2\hat{l}_n$

El criterio de Akaike fue desarrollado para extender el método de MV en el caso de ajustar varios modelos con diferente número de parámetros. El ajuste es mejor cuando el valor de AIC_p es bajo.

6.6. ANEXO 6. DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES DEL MODELO DE ESTIMACIÓN DEL VUI

Cuadro 34

Descripción de las variables del modelo de estimación del VUI

Variable	Descripción
Vivienda	
Área construida	Según Uaecd (2020), es la “parte edificada que corresponde a la suma de las superficies de los pisos”, el espacio más grande de uso residencial. Es una variable continua. Si un predio tiene mayor área construida se valora más, con lo que su VUI es mayor.
Vetustez	Es la edad del área de mayor uso residencial en el predio. Es una variable continua, a mayor edad menor VUI
Interacción entre área construida y vetustez	Se contempla la existencia de un efecto diferenciado en el VUI para aquellos predios grandes y viejos, en comparación con los grandes y nuevos. Esta relación se calcula sobre el VUI. A mayor vetustez disminuye el VUI.
Puntaje de la unidad constructiva de uso residencial	Índice que relaciona características constructivas del predio, como los materiales de la estructura, acabados principales, baño y cocina y referentes a sus condiciones arquitectónicas. Esta variable se pondera por predio (en PH), según el puntaje de cada unidad residencial con su respectiva área de construcción. A mayor valor del índice, el VUI aumenta (también es una variable categórica).
Coordenada X – Ubicación del predio	Corresponde a la ubicación de longitud, que hace referencia al oriente y occidente. Por la dinámica histórica y económica de la ciudad, los predios con mayor valor unitario por m ² están en una zona del oriente.
Coordenada Y – Ubicación del predio	Muestra la ubicación de latitud, que hace referencia al norte y sur. En Bogotá, en la ubicación del análisis y en términos generales, los predios hacia el norte de la ciudad tienen mayor avalúo (no se evidencia relación concluyente entre la ubicación del predio según latitud con el VUI del predio).
Tipología constructiva 2	Relaciona las características arquitectónicas y el uso de los predios. Esta variable toma el valor de uno (para la unidad residencial más grande en PH) cuando se cumple alguna de las siguientes condiciones: El armazón de la estructura es de madera, ladrillo o bloque; los muros de la estructura están hechos de ladrillo o bloque; no tienen complemento industrial y la cubierta de la estructura es de zinc, tejas de barro, Eternit rústico y con un entrepiso (como cubierta provisional). O con Eternit o teja de barro (cubierta sencilla). Esta opción es excluyente con el anterior numeral, si se cumple el numeral 2 no se cumple el numeral 1. El armazón es de ladrillo o bloque y los muros son de materiales de desecho o esterilla. El armazón es de ladrillo o bloque y los muros son de concreto o prefabricados. Si el predio cumple con cualquiera de las condiciones, tiene mayor valor (frente a que los muros sean de bahareque, tapia o madera o que el armazón sea prefabricado, entre otras características) con lo que su VUI es mayor, según los resultados obtenidos.
Grupo de acabados principales 2	Variable dicotómica que toma el valor de uno (también para la unidad residencial más grande en PH) si cumple alguna de las siguientes condiciones, además de que se considere que la fachada sea sencilla: -Que la conservación de acabados principales sea mala, regular o buena. -Que no tenga conservación de acabados principales, que la conservación no sea ni mala, regular, buena ni excelente*. Por lo tanto, su valor será inferior respecto a aquellos predios cuya conservación se considere excelente (se espera que si la variable es uno, haya menor VUI).
Entorno (distancias**)	
Estaciones de Transmilenio	Variable continua. A mayor cercanía de un predio a una estación de Transmilenio, menor es su valoración (aunque en el ejercicio estimado resultó como variable no significativa estadísticamente)

Colegios públicos	Variable continua. A mayor cercanía de un predio a un colegio público en Bogotá, mayor es su VUI
Universidades	Variable continua. A mayor cercanía de un predio a una universidad (o institución de educación superior) en Bogotá, menor es su VUI
Comandos de Acción Inmediata (CAI)	Variable categórica. Para la representación de esta variable, se tomaron las distancias de cada predio respecto al CAI más cercano, estas distancias se distribuyeron en cuartiles y se crearon tres variables categóricas: toma el valor de uno la variable del segundo cuartil si el predio está entre el 25% y el 50% de las distancias más lejanas de los CAI y cero en caso contrario. Uno en la variable del tercer cuartil si el predio está entre el 50 y el 75% de las distancias más lejanas respecto a los CAI. Uno en la variable del cuarto cuartil si el predio está en el 75% de las distancias mayores, la categoría de referencia (comparación) son aquellos predios con aquellas distancias más cortas (en el 25% menor de todas las distancias respecto a los CAI).
Unidades de Reacción Inmediata (URI) y Unidades Permanentes de Justicia (UPJ)	También es una variable continua. Un predio que tiene mayor distancia respecto a URI y UPJ tiene mayor VUI frente a aquellos que están más distanciados
Parques de bolsillo	Según el decreto 190 de 2004 en su artículo 243 son “áreas libres con una modalidad de parque de escala vecinal, que tienen un área inferior a 1.000 m ² , destinada fundamentalmente a la recreación de niños y personas de la tercera edad”. Al igual que lo realizado en los CAI, las distancias de cada predio a este tipo de parques se clasificaron en cuartiles, se crearon tres variables dicotómicas (para los tres cuartiles superiores) y el primer cuartil es el de referencia, con lo que es otra variable categórica.
Parques vecinales	Siguiendo el artículo señalado anteriormente, son “áreas libres, destinadas a la recreación, la reunión y la integración de la comunidad, que cubren las necesidades de los barrios. Se les denomina genéricamente parques, zonas verdes o cesiones para parques”. Es una variable continua, a mayor distancia de un predio respecto a este tipo de parques, menor es su valor unitario
Relleno Sanitario de Doña Juana	Variable categórica. Es cero si el predio o la unidad residencial está en un radio hasta de 4,5 kilómetros o uno si está por fuera de él, dadas las externalidades que el relleno genera en las residencias. Si el predio está en el radio considerado, menor es su avalúo catastral y condiciones de entorno con lo que el VUI también es bajo en comparación con aquellos predios que están fuera del radio en mención
Zonas de Manejo y Preservación Ambiental (ZMPA)	En el mismo decreto mencionado, en su artículo 78 se definen como las “franja[s] de terreno[s] de propiedad pública o privada contigua[s] a la[s] ronda[s] hidráulica[s], destinada[s] principalmente a propiciar la adecuada transición de la ciudad construida a la estructura ecológica, la restauración ecológica y la construcción de la infraestructura para el uso público ligado a la defensa y control del sistema hídrico”. En la estimación realizada es una variable continua; no resulta concluyente la relación entre un predio y su distancia respecto a la ZMPA, con ello tampoco es una variable significativa estadísticamente
Índice de amenaza	Se considera la amenaza como riesgo de inundación. Se calcula así: $Amenaza_i = \alpha_B Baja + \alpha_A Alta$ <p>Con que corresponde al predio; y como las ponderaciones de las distancias a las zonas de amenazas baja y alta respectivamente; y como los inversos de las distancias a las zonas de amenazas baja y alta más cercanas.</p> $Baja_i = \frac{1.000}{Distancia\ a\ cada\ predio\ de\ la\ zona\ más\ cercana\ de\ amenaza\ baja}$ $Alta_i = \frac{1.000}{Distancia\ a\ cada\ predio\ de\ la\ zona\ más\ cercana\ de\ amenaza\ alta}$ <p>Teniendo en cuenta el artículo 116 del Decreto 364 de 2013 y según cálculos realizados, la amenaza baja tiene una ponderación de 8,3% y para la amenaza alta de 91,6%. Al igual que con la ZMPA, ésta es una variable continua y no tiene una dirección clara entre el predio y el índice desarrollado</p>
Contexto urbanístico	
Área de actividad central	Es una variable categórica que toma el valor de uno si el predio está ubicado en el centro tradi-

	<p>cional (La Candelaria, Las Cruces, Belén, Santa Bárbara, Santa Inés, La Capuchina, La Alameda, Las Nieves y La Veracruz) o núcleos fundacionales (Usaquén, Suba, Engativá, Fontibón, Bosa, y Usme), de acuerdo con el decreto descrito anteriormente. En estos tipos de áreas concurren predios residenciales, comerciales, de servicios; no hay una relación clara para todos los predios entre estar en un área de actividad central y su VUI, para algunos predios puede aumentar y para otros no.</p>
Comercial y de servicios – Vecinal	<p>Variable dicotómica que toma el valor de uno cuando los predios tienen al menos el 50% de la edificación con actividad comercial, un piso (sin considerar garajes y escaleras) que tenga destinación de actividad comercial o cuando la altura entre el piso y el techo de al menos 2,5 metros con espacios abiertos para el comercio que constituyen predios que fueron construidos como locales (Gerencia de Información Catastral – UAECD, 2016). Según los resultados obtenidos, si los predios cumplen esta condición, su VUI es mayor respecto a aquellos predios que no son considerados con edificación de actividad comercial</p>
Tratamiento urbanístico de conservación	<p>Según el artículo 378 del Decreto 190 de 2004, este tratamiento tiene por objetivo proteger el patrimonio construido de la ciudad, para asegurar su preservación involucrándose a la dinámica y a las exigencias del desarrollo urbano, para que sea posible su disfrute como bien de interés cultural y permanezca como símbolo de identidad para sus habitantes. Esta variable toma el valor de uno si el predio está en sectores antiguos, sectores con desarrollo individual, viviendas en serie, predios que son inmuebles de interés cultural, que sean monumentos conmemorativos y objetos artísticos y que se consideren en caminos históricos. Se encuentra que si un predio cumple la condición señalada, su VUI es mayor</p>
Tratamiento urbanístico de mejoramiento integral	<p>El artículo 385 del decreto mencionado considera que este tratamiento es “aquel que rige las actuaciones de planeamiento para la regularización de los asentamientos humanos de origen informal, para su conveniente integración a la estructura de la ciudad, de conformidad con las directrices establecidas en el Modelo de Ordenamiento Territorial”. Teniendo en cuenta el modelo desarrollado, se observa que si un predio tiene un tratamiento urbanístico de mejoramiento integral, mayor es su VUI.</p>
Tratamiento urbanístico de consolidación	<p>Según el artículo 366, el “tratamiento de consolidación regula la transformación de las estructuras urbanas de la ciudad desarrollada, garantizando coherencia entre la intensidad de uso del suelo y el sistema de espacio público existente o planeado”, que contempla, según el artículo 367, las siguientes modalidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Urbanística: “Urbanizaciones, agrupaciones, conjuntos, o proyectos de vivienda en serie, que mantiene sus características urbanas y ambientales y deben conservarlas como orientadoras de su desarrollo”. -Con densificación moderada: “Barrios que presentan calidad urbana o ambiental, cuyos predios son susceptibles de una densificación respetuosa de las características urbanísticas existentes”. -Con cambio de patrón: “Zonas y/o ejes viales donde se ha generado un proceso de cambio, modificando irreversiblemente las condiciones del modelo original, en los cuales es necesario ajustar los patrones normativos de construcción”. -De sectores urbanos especiales: “Zonas industriales y dotacionales existentes con fundamento en normas especiales que deben asegurar y recuperar sus condiciones como espacios adecuados a tales usos”. <p>Si un predio o una unidad residencial está en los sectores consolidados, su VUI es más alto dado que están cubiertas diferentes condiciones de habitabilidad respecto a predios cuyos sectores están en proceso.</p>
Tratamiento urbanístico de renovación urbana	<p>En el artículo 373 se define este tratamiento como aquel que busca la transformación de zonas desarrolladas de la ciudad que tienen condiciones de subutilización de las estructuras físicas existentes, para aprovechar al máximo su potencial de desarrollo. Estas zonas se encuentran en una de las siguientes situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Deterioro ambiental, físico, o social; conflicto funcional interno o con el sector inmediato; -Potencial estratégico de desarrollo de conformidad con el modelo de ordenamiento adoptado por este Plan. <p>El tratamiento urbanístico de renovación urbana se clasifica en redesarrollo, de reactivación o de redesarrollo o reactivación. Esta variable no tiene dirección definida respecto al VUI, es decir, no se infiere con certeza que si un predio cumple con esta condición aumenta o disminuya su VUI</p>
Topografía empinada	<p>Algunos residentes compran predios para tener una mejor vista de la ciudad (Cogua, 2017), que tienden a ser más grandes, con lo que el VUI del mismo sería mayor. Sin embargo, en otras zonas del oriente podrían representar viviendas con menor calidad, así que el precio podría resultar considerablemente bajo respecto a los predios inicialmente descritos. En este modelo, esta variable toma el valor de uno si el predio está en una zona cuyo grado de inclinación es mayor de 14% y cero si hay un grado de inclinación máximo de 14%.</p>

* Cada una de estas clasificaciones (mala, regular, buena o excelente) se refiere a una combinación de criterios entre la edad de construcción de la vivienda y su tipología, que se mide con puntos, dependiendo de las condiciones físicas de construcción. Por ejemplo, un estado de conservación excelente describe a una vivienda con hasta cinco años de construcción y entre 65 y 82 puntos, o con una edad de 10 años y un puntaje de al menos 83 (Uaecd (2020)).

** Las distancias entre los centroides de los lotes donde están las unidades residenciales de cada predio, y los puntos de referencia que se describen según cada equipamiento, a menos que se indique lo contrario.

6.7. ANEXO 7. CÁLCULOS DE DISTANCIAS

Las variables del entorno de la nueva metodología de estratificación urbana corresponden a distancias a sitios particulares, equipamientos de actividad económica, educativa o de transporte. El procedimiento para el cálculo de distancias sigue la metodología de la Uaecd. Se estima la distancia euclidiana entre dos puntos P_i , que representa el punto en donde está ubicado el predio, y P_j es el punto correspondiente al hito específico de la ciudad.

Cada predio de la base catastral del Distrito, sin importar su destino económico, que cuente con unidades residenciales, se ubica mediante las coordenadas $L_i(x_i, y_i)$ del centroide del lote en el que se encuentra ubicado. Y, posteriormente, se asocia a través de una distancia a cada uno de los 9 equipamientos cuyas coordenadas corresponden a $E_j(x_j, y_j)$. Los dos puntos L_i y E_j están ubicados en un espacio euclídeo. El cálculo de la distancia euclidiana se realiza de la siguiente manera:

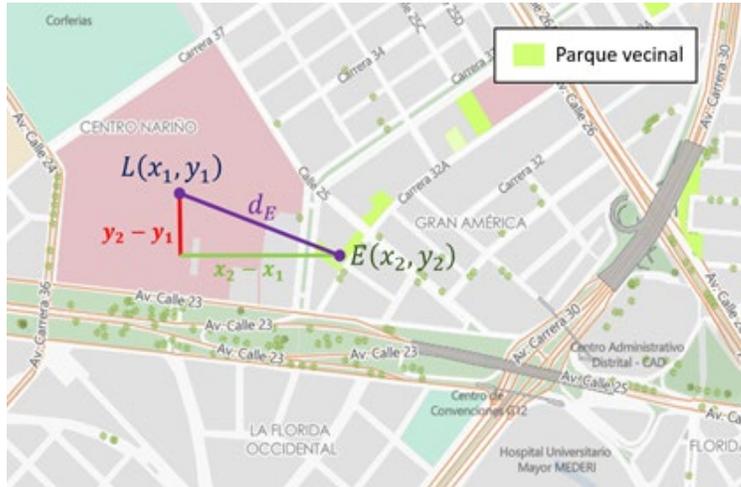
$$d_E(L_i, E_j) = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

Esta distancia euclidiana puede ser deducida a partir del teorema de Pitágoras.

$$d_E(L_i, E_j) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Figura 7

Ejemplo de la estimación de las distancias euclidianas



Fuente: Cálculos propios

El metro lineal (m) es la unidad de medida para las distancias.

$$D = \{d_{ij}\}_{m \times n}$$

Donde $i = 1, 2, \dots, 733.472$ representa del total de lotes con predios que se van a estratificar.

Y $j = 1, 2, \dots, 9$, corresponde al total de equipamientos utilizados como puntos de referencia⁴⁶.

La obtención de estos valores, dadas las dimensiones de la matriz resultante, implica el procesamiento de 6.601.248 distancias para la ($m \times n = 733.472 \times 9$) estimación del VUI de cada uno de los 1.784.383 predios residenciales de la base completa⁴⁷. Con cada uno de los 916.660 puntos, $L_m(x_m, y_m)$, se obtiene información del grupo de variables de entorno⁴⁸.

6.8. ANEXO 8. INTEGRACIÓN DE BASES

La nueva metodología de estratificación socioeconómica, resultado del trabajo conjunto Dane-SDP, se subdivide en tres etapas⁴⁹: obtención de los datos de catastro, estimación del modelo y criterios de revisión de la nueva metodología

⁴⁶ La información de estos equipamientos se encuentra en la Base de Datos Geográfica Corporativa (Bdgs) de la SDP.

⁴⁷ Este procesamiento masivo de información se lleva a cabo mediante el software ArcGIS en su versión 10.8 licenciado a la Secretaría Distrital de Planeación (SDP) que demanda recursos tecnológicos potentes para su procesamiento. Para el cálculo de distancias se tiene la capa de lotes que proviene de la base de datos la Uaecd con fecha 30 de junio de 2020. El punto referente de cada lote es su centroide. Cada uno se representa con una marca a partir de la herramienta Feature to point de ArcToolBox en el mismo software ArcGIS. Esta geometría se registra con el nombre de LOT_ESTRATO y tiene la información de identificación básica de cada lote representada en el mapa mediante un punto.

⁴⁸ Las coordenadas XY de cada lote son obtenidas mediante la herramienta Add XY Coordinates para la capa correspondiente.

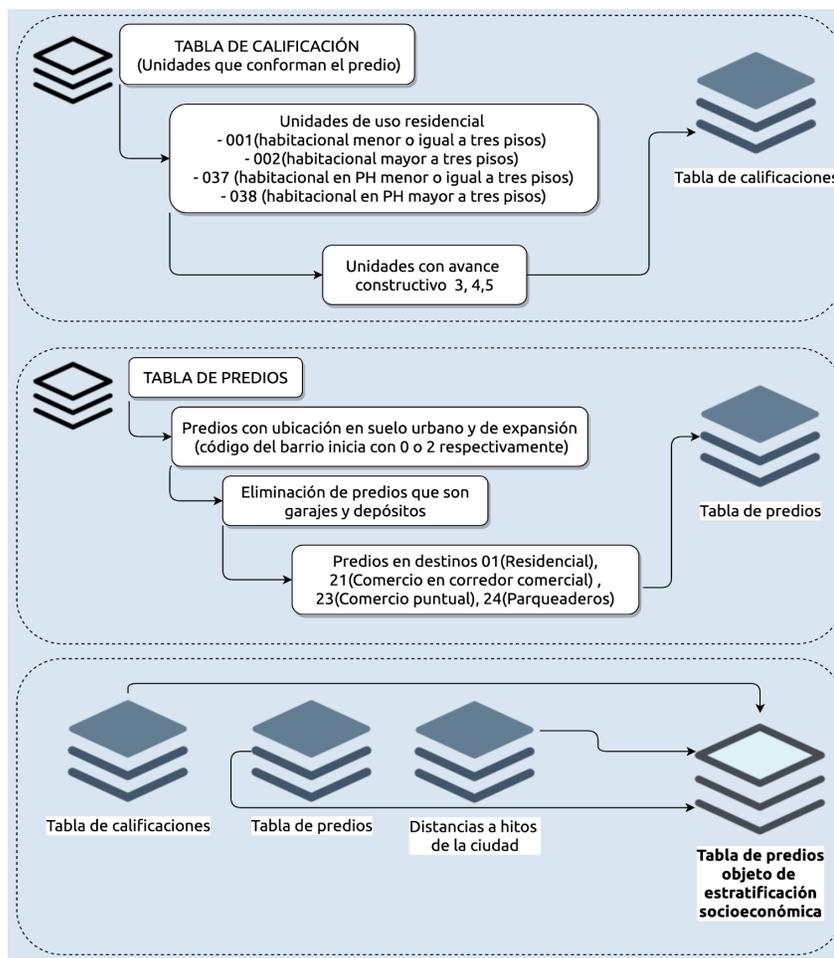
⁴⁹ Los ejercicios se han realizado con software estadístico R del proyecto Cran.

Etapa 1. Obtención de bases de catastro

Consulta las bases de datos de la Dirección de Información, Cartografía y Estadística (Dice) de la SDP, y se obtiene la información de las tablas de predios, y calificación (con uso por unidad). Ver, figura 8.

Figura 8

Descripción de la **etapa 1 - obtención de las bases de catastro** - del proceso de integración de bases de datos



calculan las distancias.

iv) Sobre la tabla de predios se calculan diferentes variables *dummy*, a partir de la información del código de las Zonas Homogéneas Físicas (ZHF). Este código tiene la propiedad de ser autocontenido, ya que cada carácter se refiere a información específica de la zona.

i) Sobre la tabla de calificación, se filtran aquellas unidades de uso residencial (uso 001, 002, 037 y 038) que, a su vez, tengan baño y cocina. El modelo original del Dane mantenía la unidad con el mayor VUI. Pero esta opción castiga a los predios que recientemente han construido e unidades residenciales.

ii) Se realiza el consolidado de información entre las dos tablas, conservando sólo aquellos predios que tienen, al menos, una unidad de uso residencial.

iii) A partir de la ubicación del predio, se

v) La tabla de predios se consolida con la información de distancias, y de los indicadores construidos a partir de las ZHF.

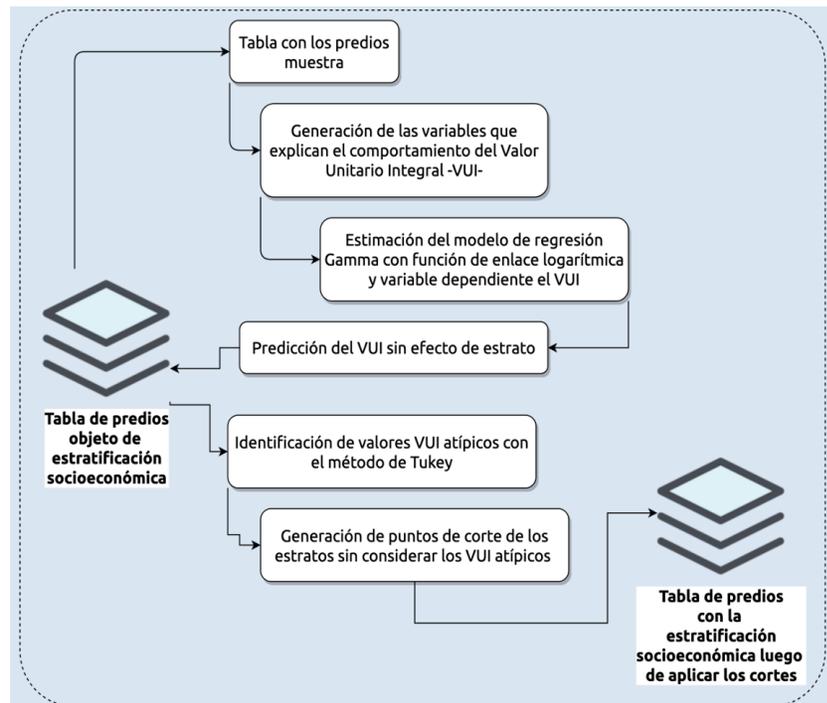
Etapa 2. Estimación del modelo

En la etapa 2 se realizan los siguientes pasos (figura 9).

Figura 9

Descripción de la **etapa 2 - estimación del modelo** - del proceso de integración de bases de datos

i) En la Uaecd, año a año, se selecciona un subconjunto de predios sobre los que realizan un estudio de mercado que permite obtener información de los cambios en los valores de los avalúos en la ciudad. A partir de allí se actualizan los avalúos de todos los predios de la ciudad. Sin embargo, para asignar el estrato socioeconómico para la aplicación de tarifas



de servicios públicos domiciliarios sólo son de interés los predios de destino y uso residencial. En el 2018 el subconjunto fue de 485 predios (en PH) como subconjunto.

ii) Para cada uno de estos predios la variable de interés es el *valor integral* que entregan los evaluadores al hacer el estudio de mercado.

iii) Se estima un modelo del tipo lineal generalizado con función de distribución Gamma y enlace logarítmico, siendo la variable dependiente el *valor integral* y las independientes los atributos del predio, distancias a hitos específicos de la ciudad y características de la zona.

iv) Con los resultados del modelo estimado, se realiza la predicción del *valor integral* para el total de predios que tienen al menos una unidad de uso residencial.

v) Una vez obtenido el VUI para toda la tabla de predios, se conforman seis grupos en el marco de la ley 142 de 1994, a través del método de Dalenius y Hodges (1959), retirando los valores atípicos por el método de Tukey (1977). De esta manera se obtienen conjuntos de domicilios homogéneos.

Etapas 3. Revisión de la nueva metodología

Para estimar la pertinencia de la nueva estratificación se tomaron como referencia diferentes aproximaciones al bienestar de los hogares, como se mostró en el capítulo sobre los *criterios de referencia*.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE Hirotugu.**, 1974. “A New Look at the Statistical Model Identification”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-19, no. 8, dec., pp. 716-723.
- ALCALDIA MAYOR DE BOGOTÁ.**, 2019. *Decreto 551. Por Medio del Cual Se Adopta la Actualización de la Estratificación Urbana de Bogotá D.C. para los Inmuebles Residenciales de la Ciudad*, Alcaldía de Bogotá, Bogotá.
- ALZATE María.**, 2006. *La Estratificación Socioeconómica para el Cobro de los Servicios Públicos Domiciliarios en Colombia ¿Solidaridad o Focalización?*, Estudios y Perspectivas, no. 14, Cepal, Bogotá.
- BARANZINI Andrea., RAMIREZ José., SCHAEERER Caroline., THALMANN Philippe.**, 2008, ed. *Hedonic Methods in Housing Markets. Pricing Environmental Amenities and Segregation*, Springer, New York.
- BONILLA Edna., GONZALEZ Jorge.**, 2011, coord. *Evaluación del Impacto de Algunos Programas de la Secretaría Distrital de Educación en el Marco de la Política Educativa del Plan Sectorial de Educación “Bogotá: Una Gran Escuela 2004-2008”*, Universidad Nacional, Idep, Bogotá, 2012.
- CENTRO DE INVESTIGACIONES PARA EL DESARROLLO, CID.**, 2004. *Equidad en las Tarifas de los Servicios Públicos. Impacto en la Capacidad de Pago de los Hogares de Bogotá*, Alcaldía Mayor de Bogotá, CID, Bogotá.
- CENTRO DE INVESTIGACIONES PARA EL DESARROLLO, CID.**, 2006. *Capacidad de Pago de los Hogares de Bogotá*, CID, Universidad Nacional, Bogotá, mimeo.
- CENTRO DE INVESTIGACIONES PARA EL DESARROLLO, CID.**, 2012. *Calidad de Vida Urbana y Capacidad de Pago de los Hogares Bogotanos 2011*, Universidad Nacional, CID, SDP, Bogotá.
- COMISION ECONOMICA DE LAS NACIONES UNIDAS PARA AMERICA LATINA Y EL CARIBE, Cepal.**, 2020 a. *El Desafío Social en Tiempos del Covid-19*, Cepal, Santiago.

- COMISION ECONOMICA DE LAS NACIONES UNIDAS PARA AMERICA LATINA Y EL CARIBE, Cepal.**, 2020 b. *Panorama Fiscal de América Latina y el Caribe. La Política Fiscal ante la Crisis Derivada de la Pandemia de la Enfermedad por Coronavirus (Covid-19)*, Cepal, Santiago.
- COMISION ECONOMICA DE LAS NACIONES UNIDAS PARA AMERICA LATINA Y EL CARIBE, Cepal.**, 2021. *Panorama Social de América Latina*, Cepal, Santiago.
- CONCEJO DEL DISTRITO ESPECIAL DE BOGOTA.**, 2020. *Acuerdo por Medio del Cual Se Adopta el Plan de Desarrollo Económico, Social, Ambiental y de Obras Públicas del Distrito Capital 2020-2024 “Un Nuevo Contrato Social y Ambiental para la Bogotá del Siglo XXI”*, Concejo de Bogotá, Bogotá.
- CORDEIRO Gauss.**, 1986. *Modelos Lineares Generalizados*, Sinape, Recife.
- CORDEIRO Gauss., DEMETRIO Clarice.**, 2011. *Modelos Lineares Generalizados e Extensões*, Esalq, USP, Piracicaba.
- CORTES Darwin.**, 2009. *Análisis de los Gastos de los Hogares Colombianos 2006-2007*, Universidad del Rosario, Dane, Bogotá, mimeo.
- CORTES Darwin., GALLEGOS Andrés., OTALVARO Susana., SUAREZ Gabriel.**, 2019. *Análisis de los Gastos de los Hogares Colombianos 2016-2017*, Universidad del Rosario, Dane, Bogotá, mimeo.
- CORTES Darwin., GAMBOA Luis., GONZALEZ Jorge.**, 1999 a. “ICV: Hacia una Medida de Estándar de Vida”, *Coyuntura Social*, no. 21, nov., pp. 159-180.
- CORTES Darwin., GAMBOA Luis., GONZALEZ Jorge.**, 1999 b. *Marco Teórico de un Indicador Tipo Sisbén*, Universidad del Rosario, Bogotá.
- CORTES Darwin., PEREZ Jorge.**, 2010. “El Consumo de los Hogares Colombianos, 2006-2007: Estimación de Sistemas de Demanda”, *Desarrollo y Sociedad*, no. 66, segundo semestre, pp. 7-44.
- DALENIUS Tore., HODGES Joseph.**, 1959. “Minimum Variance Stratification”, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 54, no. 285, pp. 88-101.
- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, Dane.**, 2008. *Propuesta Metodológica para la Estratificación Socioeconómica de los Domicilios*, Dirección de Geoestadística, Dane, Bogotá.
- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, Dane.**, 2015. *Metodología de Estratificación Socioeconómica Urbana para Servicios Públicos Domiciliarios. Manual de Realización*, Dane, Bogotá.
- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, Dane.**, 2019 a. *Aspectos Metodológicos de la Propuesta de Estratificación para Bogotá. Producto 3. Documento de Análisis de Resultados de la Nueva Metodología de Estratificación Urbana para Bogotá*, SDP, Dane, Bogotá, mimeo.

- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, Dane.**, 2019 *b. Aspectos Metodológicos de la Propuesta de Estratificación para Bogotá. Producto 6. Estimación de los Efectos que Tiene la Nueva Metodología en la Estructura de Consumo de los Hogares, a Partir de la Encuesta Multipropósito para Bogotá con el Fin de Examinar Cuáles Podrían Ser las Respuestas de los Hogares a los Cambios en el Precio Derivados de la Nueva Metodología*, SDP, Dane, Bogotá, mimeo.
- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, Dane.**, 2019 *c. Aspectos Metodológicos de la Propuesta de Estratificación para Bogotá*, SDP, Dane, Bogotá, mimeo.
- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, Dane.**, 2020 *a. Propuesta para el Desarrollo del Sistema de Gestión de la Estratificación Socioeconómica y las Coberturas de Servicios Públicos Domiciliarios*, Sigesco, Dane, Bogotá.
- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, Dane.**, 2020 *b. Pobreza Monetaria en Colombia 2019*, Boletín Técnico, Dane, Bogotá.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACION, DNP.**, 1994. *Focalización del Gasto Social en las Entidades Territoriales*, Documento Conpes Social, no. 22, DNP, Bogotá.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACION, DNP.**, 1997. *Focalización del Gasto Social*, Documento Conpes Social, no. 40, DNP, Bogotá.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACION, DNP.**, 2001. *Reforma del Sistema de Focalización Individual del Gasto Social*, Documento Conpes Social, no. 55, DNP, Bogotá.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACION, DNP.**, 2006. *Lineamientos para la Focalización del Gasto Público Social*, Documento Conpes Social, no. 100, DNP, Bogotá.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACION, DNP.**, 2008. *Actualización de los Criterios para la Determinación, Identificación y Selección de los Beneficiarios de los Programas Sociales*, Documento Conpes Social, no. 117, DNP, Bogotá.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACION, DNP.**, 2016. *Declaración de Importancia Estratégica del Sistema de Identificación de Potenciales Beneficiarios (Sisbén IV)*, Documento Conpes, no. 3877, DNP, Bogotá.
- DOBSON Annette.**, 2008. *An Introduction to Generalized Linear Models*, Chapman and Hall, London.
- ECONOMETRIA CONSULTORES.**, 2008 *a. Evaluación de la Estratificación Socioeconómica como Instrumento de Clasificación de los Usuarios y Herramienta de Asignación de Subsidios y Contribuciones a los Servicios Públicos Domiciliarios*, Econometría, Bogotá, mimeo.

- ECONOMETRIA CONSULTORES.**, 2008 *b. Evaluación de la Estratificación Socioeconómica como Instrumento de Clasificación de los Usuarios y Herramienta de Asignación de Subsidios y Contribuciones a los Servicios Públicos Domiciliarios. Informe Institucional e Informe de Diagnóstico*, Econometria, Bogotá, mimeo.
- ECONOMIA URBANA.**, 2015. *Analizar los Esquemas de Subsidios Aplicados en los Sectores de Energía, Gas, Agua y Saneamiento y Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, así como Analizar las Dificultades y Oportunidades para la Aplicación de Subsidios en Transporte Público Urbano, con el Propósito de Construir las Propuestas de Metodología de Focalización y de Política Fiscal para la Asignación de Subsidios en estos Servicios, así como Plantear el Esquema para su Implementación. Producto 4. Política Fiscal*, Economía Urbana, DNP, Bogotá, mimeo.
- ECONOMIA URBANA.**, 2019. *Diseñar una Propuesta Técnica para la Implementación de un Esquema de Focalización de Subsidios Aplicados a los Servicios Públicos de Energía Eléctrica y Gas Combustible a Partir de la Información de Estratificación e Ingresos de los Usuarios. Documento de Diagnóstico y Análisis de Estudios Realizados*, Economía Urbana, DNP, Bogotá, mimeo.
- GALLEGO Juan., GONZALEZ Jorge., SEPULVEDA Carlos.**, 2017. *Evolución del Balance Financiero de los Hogares Bogotanos*, Universidad del Rosario, SDP, Bogotá.
- GALLEGO Juan., GONZALEZ Jorge., SEPULVEDA Carlos.**, 2019, coord. *Dinámica del Bienestar Social en Bogotá y su Región, 2011-2017*, Colombia Científica, Alianza Economía Formal e Inclusiva (EFI), Universidad del Rosario, Bogotá.
- GALLEGO Juan., GUTIERREZ Luis., LOPEZ Denis., SEPULVEDA Carlos.**, 2014. *Subsidios Cruzados en Servicios Públicos Domiciliarios Basados en el Avalúo Catastral*, SDP, Universidad del Rosario, Bogotá, mimeo.
- GALLEGO Juan., GUTIERREZ Luis., RAMIREZ Manuel., SEPULVEDA Carlos.**, 2015. *Subsidios y Contribuciones. Balance Financiero de los Hogares Bogotanos*, Universidad del Rosario, SDP, Bogotá.
- GALLEGO Juan., LOPEZ Denis., SEPULVEDA Carlos.**, 2015. *Estratificación Socioeconómica con Base en Información Catastral. Modelos para el Caso de Bogotá*, Universidad del Rosario, SDP, Bogotá, mimeo.
- GALLEGO Juan., SEPULVEDA Carlos., MAYORGA Jorge., ACOSTA Javier., MALUENDAS Alexis., GONZALEZ Jorge., LOPEZ Denis.**, 2016. *Estudio para Evaluar la Política de Fortalecimiento de la Capacidad de Pago de los Hogares Bogotanos en el Marco del Plan Nacional de Desarrollo. Documento 1. Fundamentos Teóricos que Soportan el Cálculo del Balance Financiero de los Hogares Considerados en la EM 2014*, Universidad del Rosario, Bogotá, mimeo.

- GAMBOA Luis., GONZALEZ Jorge., CORTES Darwin.,** 2000. “Algunas Consideraciones Analíticas sobre el Estándar de Vida”, *Revista de Economía del Rosario*, vol. 3, no. 2, sep., pp. 25-44.
- GONZALEZ Jorge.,** 2004, direc. *Equidad en las Tarifas de los Servicios Públicos. Impacto en la Capacidad de Pago de los Hogares de Bogotá*, Alcaldía Mayor de Bogotá, CID, Bogotá.
- GONZALEZ Jorge.,** 2006, direc. *Capacidad de Pago de los Hogares de Bogotá*, CID, Universidad Nacional, Bogotá, mimeo.
- GONZALEZ Jorge.,** 2014. “Prólogo”, en **SEPULVEDA Carlos., GALLEGO Juan., LOPEZ Denis.,** ed. *Los Límites de la Estratificación. En Busca de Alternativas*, Universidad el Rosario, SDP, Bogotá, pp. ix-xiv.
- GONZALEZ Jorge., DIAZ Wilson., GOMEZ Julio., LOPEZ Luis., MARTINEZ Libia., MORENO Magnolia., RIOS Mariana., TORRES Hugo., VARGAS Alberto.,** 2007. *Segregación Socioeconómica en el Espacio Urbano de Bogotá*, Universidad Nacional, SDP, Bogotá.
- HINTZE Jerry., NELSON Ray.,** 1996. “Violin Plots: A Box Plot-Density Trace Synergism”, *American Statistician*, fol. 52, no. 2, may, pp. 181-184.
- INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI, Igac.,** 2008. *Resolución 620, por la Cual Se Establecen los Procedimientos para los Avalúos Ordenados Dentro del Marco de la Ley 388 de 1997*, Igac, Bogotá.
- KAKWANI Nanak., KHANDKER Shahid., SON Hyun.,** 2004. *Pro-Poor Growth: Concepts and Measurement with Country Case Studies*, Working Paper, no. 1, International Poverty Centre, Undp, Brasilia.
- LLUCH Constantino.,** 1973. “The Extended Linear Expenditure System”, *European Economic Review*, vol. 4, no. 1, pp. 21-32.
- LOPEZ-CALVA Luis., CRUCES Guillermo., LACH Samantha., ORTIZ Eduardo.,** 2014. “Clases Medias y Vulnerabilidad a la Pobreza. Reflexiones desde América Latina”, *Trimestre Económico*, vol. 81, no. 322, abr.-jun., pp. 281-307.
- LOPEZ-CALVA Luis., ORTIZ Eduardo.,** 2011. *A Vulnerability Approach to the Definition of the Middle Class*, Policy Research Working Paper, no. 5902, World Bank, Washington.
- LORA Eduardo., POWELL Andrew., PRAAG Bernard van., SANGUINETTI Pablo.,** 2010, ed. *The Quality of Life in Latin American Cities. Markets and Perception*, IDB, World Bank, New York
- MALUENDAS Alexis.,** 2013. *Inclusión de la Capacidad de Pago de los Hogares en la Construcción de la Estratificación Socioeconómica: Un Nuevo Modelo de Estratificación para Servicios Públicos Domiciliarios*, Tesis de grado, Magister en Economía, Universidad Nacional, Bogotá.
- MARX Karl.,** 1867. *El Capital*, 3 vol., Fondo de Cultura Económica, México, 1968.

- McCULLAGH Patrick., NELDER John.,** 1989. *Generalized Linear Models*, Chapman and Hall, London.
- MELO Oscar., LOPEZ Luis., MELO Sandra.,** 2020. *Diseño de Experimentos Métodos y Aplicaciones*, Universidad Nacional, Bogotá.
- MINA Lucía.,** 2013. *Algunos Elementos para Comparar la Efectividad de la Focalización Individual y la Geográfica*, Banco Mundial, Bogotá, mimeo.
- MISION PARA EL EMPALME DE LAS SERIES DE EMPLEO, POBREZA Y DESIGUALDAD, Mesep.,** 2009. *Empalme de las Series de Mercado Laboral, Pobreza y Desigualdad (2002-2008). Resultados Fase I, Resumen Ejecutivo*, Dane, DNP, Bogotá.
- MISION PARA EL EMPALME DE LAS SERIES DE EMPLEO, POBREZA Y DESIGUALDAD, Mesep.,** 2011. *Pobreza Monetaria en Colombia: Nueva Metodología y Cifras 2002-2010. Resultados Fase II*, Dane, DNP, Bogotá.
- MUELLBAUER John.,** 1974. "Household Production Theory, Quality, and the 'Hedonic Technique'", *American Economic Review*, vol. 64, no. 6, dec., pp. 977-994.
- MUÑOZ Manuel., MARTINEZ Patricia., FRESNEDA Oscar., GALLO Ignacio., MARTINEZ Jorge., MORENO Álvaro., TORRES Hugo., VILLAMIZAR Oscar., BONILLA Ricardo., PACHON Nelson., BECHARA Salomón., VALBUENA Stella.,** 2012. *Calidad de Vida Urbana y Capacidad de Pago de los Hogares Bogotanos 2011*, Universidad Nacional, CID, SDP, Bogotá.
- MYERS Raymond., MONTGOMERY Douglas., VINING Geoffrey.,** 2002. *Generalized Linear Models: With Applications in Engineering and the Sciences*, John Willey, New York.
- MYERS Raymond., MONTGOMERY Douglas., VINING Geoffrey., ROBINSON Timothy.,** 2010. *Generalized Linear Models: With Applications in Engineering and the Sciences*, John Willey, New York.
- NELDER John., WEDDERBURN Robert.,** 1972. "Generalized Linear Models", *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 135, no. 3, pp. 370-384.
- ONU HÁBITAT.,** 2015 a. *Propuesta de Implementación de un Nuevo Sistema de Asignación de Subsidios y Contribuciones en Servicios Públicos Domiciliarios. Producto 1. Análisis de las Experiencias Normativas Internacionales de los Diferentes Mecanismos de Asignación de Subsidios en Servicios Públicos Domiciliarios*, ONU Hábitat, Bogotá, mimeo.
- ONU HÁBITAT.,** 2015 b. *Propuesta de Implementación de un Nuevo Sistema de Asignación de Subsidios y Contribuciones en Servicios Públicos Domiciliarios. Producto 2. Análisis Comparativo de los Diferentes Estudios y Propuestas Alternativas al Sistema de Asignación de Subsidios en Servicios Públicos Domiciliarios (SDP)*, ONU Hábitat, Bogotá, mimeo.

- ONU HÁBITAT.**, 2015 c. *Propuesta de Implementación de un Nuevo Sistema de Asignación de Subsidios y Contribuciones en Servicios Públicos Domiciliarios. Producto 3. Descripción de las Fuentes de Información y Propuesta Conceptual de Variables a Emplear para la Construcción de un Índice Multidimensional en la Asignación de Subsidios*, ONU Hábitat, Bogotá, mimeo.
- ONU HÁBITAT.**, 2016 a. *Propuesta de Implementación de un Nuevo Sistema de Asignación de Subsidios y Contribuciones en Servicios Públicos Domiciliarios. Producto 4. Propuesta de Indicador Multidimensional de Focalización (IMF)*, ONU Hábitat, Bogotá, mimeo.
- ONU HÁBITAT.**, 2016 b. *Propuesta de Implementación de un Nuevo Sistema de Asignación de Subsidios y Contribuciones en Servicios Públicos Domiciliarios. Informe Final*, ONU Hábitat, Bogotá, mimeo.
- ONU HÁBITAT.**, 2016 c. *Hábitat III. Nueva Agenda Urbana*, ONU Hábitat, Quito.
- ONU HÁBITAT.**, 2017 a. *Propuesta Técnica para Modificar el Modelo de Cálculo en la Asignación de Subsidios Cruzados en Servicios Públicos, a Partir de las Condiciones Socioeconómicas de los Hogares. Resumen Ejecutivo*, ONU Hábitat, SDP, Acueducto de Bogotá, Energía de Bogotá, Bogotá.
- ONU HÁBITAT.**, 2017 b. *Propuesta Técnica para Modificar el Modelo de Cálculo en la Asignación de Subsidios Cruzados en Servicios Públicos, a Partir de las Condiciones Socioeconómicas de los Hogares. Documento Final*, ONU Hábitat, SDP, Acueducto de Bogotá, Energía de Bogotá, Bogotá.
- ORSHANSKY Mollie.**, 1969. "How Poverty is Measured", *Monthly Labor Review*, vol. 92, no. 2, feb., pp. 37-41.
- ORTIZ Rutty., PEREZ José., DUEÑAS Pablo., GONZALEZ Andrés., ESLAVA Marcela., REVOLO Miguel.**, 2020. *Misión de Transformación Energética y Modernización de la Industria Eléctrica. Hoja de Ruta para la Energía del Futuro. Foco no. 4. Cierre de Brechas, Mejora de la Calidad y Diseño y Formulación Eficiente de Subsidios*, BID, Banco Mundial, Bogotá, mimeo.
- PERDOMO Jorge., GAMBOA Luis., PEREA Diana., RODRIGUEZ Edgar., GUZMAN Sulma.**, 2016. *Avances Sociales de Bogotá y Municipios Aledaños entre 2011 y 2014: Calidad de Vida, Segregación, Capacidad de Pago y Focalización*, Proes, Teknidata, SDP, Bogotá.
- PROYECTOS Y ESTUDIOS, INGENIEROS CONSULTORES., Proes., TEKNIDATA CONSULTORES.**, 2015 a. *Documento que Presenta los Resultados del Cálculo y Análisis del Indicador de Capacidad de Pago y Estructuras de Consumo para Bogotá y 31 Municipios para 2014, así como el Análisis Comparativo de la Evolución de dicho Indicador de los años 2003, 2004, 2007, 2011 y 2014 para Bogotá. Producto no. 1. Estudio para el Cálculo de la Actualización de los Indicadores de Capacidad de Pago, Calidad de Vida Urbana y Segregación en el Espacio Urbano, así como de los Errores de Inclusión y*

Exclusión del Esquema de Estratificación para Bogotá y la Región, SDP, Proes, Teknidata, Bogotá, mimeo.

PROYECTOS Y ESTUDIOS, INGENIEROS CONSULTORES., Proes., TEK-NIDATA CONSULTORES., 2015 b. *Documento que Presenta los Resultados del Cálculo y Análisis del Indicador de Calidad de Vida Urbana para Bogotá y 31 Municipios Durante 2014, así como el Análisis Comparativo de su Evolución en los años 2011 y 2014 para Bogotá. Producto no. 2. Estudio para el Cálculo de la Actualización de los Indicadores de Capacidad de Pago, Calidad de Vida Urbana y Segregación en el Espacio Urbano, así como de los Errores de Inclusión y Exclusión del Esquema de Estratificación para Bogotá y la Región, SDP, Proes, Teknidata, Bogotá, mimeo.*

PROYECTOS Y ESTUDIOS, INGENIEROS CONSULTORES., Proes., TEK-NIDATA CONSULTORES., 2015 c. *Documento que Presenta los Resultados del Cálculo y Análisis del Índice de Segregación Socioeconómica Urbana para Bogotá y 31 Municipios para 2014, así como el Análisis Comparativo de la Evolución de dicho Índice de los Años 2011 y 2014 para Bogotá. Producto no. 3. Estudio para el Cálculo de la Actualización de los Indicadores de Capacidad de Pago, Calidad de Vida Urbana y Segregación en el Espacio Urbano, así como de los Errores de Inclusión y Exclusión del Esquema de Estratificación para Bogotá y la Región, Proes, Teknidata, Bogotá, mimeo.*

PROYECTOS Y ESTUDIOS, INGENIEROS CONSULTORES., Proes., TEK-NIDATA CONSULTORES., 2015 d. *Documento que Presenta los Resultados del Cálculo y Análisis de los Errores de Inclusión y Exclusión del Esquema de Estratificación Establecido en Bogotá Durante el Año 2014, así como el Análisis Comparativo de Dicha Información entre 2011 y 2014 para Bogotá. Producto no. 4. Estudio para el Cálculo de la Actualización de los Indicadores de Capacidad de Pago, Calidad de Vida Urbana y Segregación en el Espacio Urbano, así como de los Errores de Inclusión y Exclusión del Esquema de Estratificación para Bogotá y la Región, Proes, Teknidata, Bogotá, mimeo.*

PROYECTOS Y ESTUDIOS, INGENIEROS CONSULTORES., Proes., TEK-NIDATA CONSULTORES., 2015 e. *Documento Analítico y Descriptivo de los Objetivos, Metas y Alcances de la Política Distrital así como de la Estrategia Distrital de Borde Metropolitano y los Municipios de Influencia de la Red de Ciudades del Distrito Capital, y su Relación con los Resultados Obtenidos en la Presente Consultoría. Producto no. 5. Estudio para el Cálculo de la Actualización de los Indicadores de Capacidad de Pago, Calidad de Vida Urbana y Segregación en el Espacio Urbano, así como de los Errores de Inclusión y Exclusión del Esquema de Estratificación para Bogotá y la Región, Proes, Teknidata, Bogotá, mimeo.*

R CORE TEAM., 2020. *R: A Language and Environment for Statistical Computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna.*

- RAMIREZ Manuel., GALLEGO Juan., RIVAS Guillermo.,** 2012. *Eficiencia en la Provisión de Bienes Sociales y Capacidad de Pago. Resumen Ejecutivo*, Misión de Consolidación del Sistema de Ciudades, DNP, Bogotá, mimeo.
- RAMIREZ Manuel., MUÑOZ Manuel., RIVAS Guillermo.,** 1998. “El Consumo de los Hogares en 23 Capitales de Departamentos Colombianos”, *Boletín de Estadística Dane*, no. 540, pp. 217-228.
- REPUBLICA DE COLOMBIA.,** 1994. *Ley 142. Régimen de los Servicios Públicos Domiciliarios*, Gobierno Nacional, Bogotá.
- REPUBLICA DE COLOMBIA.,** 1999. *Ley 505. Por Medio de la Cual Se Fijan Términos y Competencias para la Realización, Adopción y Aplicación de la Estratificación a que Se Refiere las Leyes 142 y 177 de 1994, 188 de 1995 y 393 de 1997 y los Decretos Presidenciales 1538 y 2034 de 1996*, Gobierno Nacional, Bogotá.
- REPUBLICA DE COLOMBIA.,** 2001. *Ley 675. Por Medio de la Cual Se Expide el Régimen de Propiedad Horizontal*, Gobierno Nacional, Bogotá.
- SARMIENTO Alfredo., GONZALEZ Jorge., ALONSO Carlos., ANGULO Roberto., ESPINOSA Francisco.,** 2005. “Crecimiento Pro-Poor en Colombia 1996-2004”, *Coyuntura Social*, no. 33, dic., pp. 129-152.
- SCHWARZ Gideon.,** 1978. “Estimating the Dimension of a Model”, *Annals of Statistics*, vol. 6, no. 2, pp.461-464.
- SECRETARIA DISTRITAL DE PLANEACION, SDP.,** 2012. *Calidad de Vida Urbana y Capacidad de Pago de los Hogares Bogotanos 2011*, SDP, Bogotá.
- SECRETARIA DISTRITAL DE PLANEACION, SDP.,** 2014. *Segregación Urbana, Subsidios y Estratificación. Retos y Alternativas*, SDP, Bogotá.
- SECRETARIA DISTRITAL DE PLANEACION, SDP.,** 2017. *Índice de Capacidad de Pago 2017. Bogotá y Su Área Metropolitana*, Estudios Macro, no. 96, SDP, Bogotá.
- SECRETARIA DISTRITAL DE PLANEACION, SDP.,** 2019 a. *Análisis de la Metodología Rural con la Cual Se Estratifican las Fincas y Viviendas Dispersas y los Centros Poblados de Bogotá D.C. 2019*, SDP, Dane, Bogotá, mimeo.
- SECRETARIA DISTRITAL DE PLANEACION, SDP.,** 2019 b. *Análisis de la Metodología Urbana de Bogotá D.C. 2019*, SDP, Dane, Bogotá.
- SELOWSKY Marcelo.,** 1979. *Who Benefits from Government Expenditure? A Case of Study of Colombia*, University Press, World Bank, Washington.
- SEN Amartya.,** 1985. *Commodities and Capabilities*, Oxford University Press, New York, 1999.
- SEN Amartya.,** 1999. *Development as Freedom*, Alfred Knopf, New York.
- SEPULVEDA Carlos.,** 2014. “Estudio para Calcular la Relación entre la Estratificación, el Avalúo Catastral y la Capacidad de Pago de los Hogares Bogotanos,

- como Insumo del Nuevo Modelo de Estratificación Urbana”, en **SECRETARIA DISTRITAL DE PLANEACION, SDP.**, *Memorias Seminario Estratificación*, SDP, Bogotá, mimeo, pp. 21-32.
- SEPULVEDA Carlos., GALLEGO Juan., LOPEZ Denis.**, 2014, ed. *Los Límites de la Estratificación. En Busca de Alternativas*, Universidad el Rosario, SDP, Bogotá.
- SEPULVEDA Carlos., RAMIREZ Manuel.**, 2014, ed. *Perspectiva de la Estratificación Socioeconómica en el Distrito Capital a Través de Información Catastral*, Universidad del Rosario, Bogotá, mimeo.
- SLUTSKY Eugen.**, 1915. “On the Theory of the Budget of the Consumer”, *Giornale degli Economisti*, vol. 51, pp. 1-26.
- STIGLITZ Joseph., SEN Amartya., FITOUSSI Jean-Paul.**, 2010. *Report by the Commission on the Measurement of Economic Performance and Social Progress*, L’Institut d’Etudes Politiques, IEP, Paris.
- STONE Richard.**, 1954. “Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand”, *Economic Journal*, vol. 64, no. 255, sep., pp. 511-527.
- TUKEY John.**, 1977. *Exploratory Data Analysis*, Addison-Wesley, London.
- UNIDAD ADMINISTRATIVA ESPECIAL DE CATASTRO DISTRITAL, Uaecd.**, 2020. *¿Qué es Catastro?*, Uaecd, Bogotá.
- VELEZ Carlos.**, 1996. *Gasto Social y Desigualdad. Logros y Extravíos*, Misión Social, DNP, Bogotá.
- VELEZ Carlos., CASTAÑO Elkin., DEUTSCH Ruthane.**, 1999. “Una Interpretación Económica del Sistema de Focalización de Programas Sociales: el Caso del Sisbén en Colombia”, *Coyuntura Social*, no. 21, nov., pp. 127-158.
- VON THÜNEN Johann.**, 1851. *Recherches sur l’Influence que le Prix des Grains, la Richesse du Sol et les Impôts Exercent sur les Systèmes de Culture*, Guillaumin, Paris.
- WEBER Max.**, 1922. *Economía y Sociedad*, vol. 2, Fondo de Cultura Económica, México, 2014.